

文章编号: 1003-501X(2010)02-0022-05

# 基于卡尔曼滤波滑模控制的伺服系统设计仿真

王长旭<sup>1,2</sup>, 孟 中<sup>1</sup>, 韩松伟<sup>1,2</sup>, 毛大鹏<sup>1,2</sup>, 刘 洵<sup>1</sup>

(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 长春 130033;

2. 中国科学院研究生院, 北京 100039)

**摘要:** 应用变结构控制策略时, 由于系统存在时间滞后、空间滞后、死区等不利条件, 会导致系统运行到相平面中滑动面时出现不期望的抖振现象。本文分析了抖振对系统性能的影响及产生原因, 针对伺服控制系统存在随机干扰和随机噪声的特性, 提出一种基于卡尔曼滤波的指数趋近律滑模变结构控制算法, 很好地抑制了抖振。仿真算例表明, 与普通滑模控制算法相比, 基于该算法的控制器无论在抖振抑制上还是在伺服系统动态品质改善上都具有良好效果。

**关键词:** 伺服系统; 卡尔曼滤波; 指数趋近律; 滑模变结构控制; 仿真

中图分类号: V556

文献标志码: A

doi: 10.3969/j.issn.1003-501X.2010.02.004

## Design and Simulation of Servo System Based on Kalman Filtering Sliding Mode Control

WANG Chang-xu<sup>1,2</sup>, MENG Zhong<sup>1</sup>, HAN Song-wei<sup>1,2</sup>, MAO Da-peng<sup>1,2</sup>, LIU Xun<sup>1</sup>

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;

2. Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

**Abstract:** While applying Sliding Mode Control (SMC) algorithm, the time and space delay and dead zone may cause the unexpected output vibration in actual controller design. In this paper, the damage to actual system and the causes of its existence are analyzed. Considering the inherent random disturbance and noise in servo system, a SMC algorithm with exponent approach law based on Kalman filtering is proposed. The simulation shows that compared with common sliding mode algorithm, the new algorithm can not only suppress the vibration but improve the dynamic quality of servo system.

**Key words:** servo system; Kalman filtering; exponent approach law; sliding mode control; simulation

## 0 引 言

在用于跟踪、监视和测量的惯性稳定平台控制中, 要求直流伺服系统具有快速性、稳定性和准确性的特点, 也就是要尽可能高精度、无抖动、平稳地跟踪目标。然而建立这样一个系统的精确数学模型是很困难的, 只能建立一个近似的数学模型。在建模时, 要做合理的近似处理, 要忽略对象中的不确定因素, 诸如控制对象参数、测量噪声以及不确定的外干扰等。由近似模型出发设计控制器, 设计中被忽略的不确定因素会引起控制系统动态品质的恶化, 甚至导致不稳定。滑模变结构控制是一类特殊的变结构控制。其特殊之处在于, 系统的控制需要切换, 而且在切换面上系统将会沿着固定轨迹产生小幅度、高频率的上下运动, 即滑动模态或“滑模”运动。这种滑动模态是可以设计的, 且与系统参数和扰动无关。这样, 处于滑模运动的系统就具有很好的鲁棒性, 适合于电机伺服系统的控制<sup>[3]</sup>。

收稿日期: 2009-06-29; 收到修改稿日期: 2009-09-21

基金项目: 国防科技预研基金资助项目(KJYY06B62)

作者简介: 王长旭(1982-), 男(汉族), 吉林大安人。博士研究生, 主要研究精密伺服系统控制技术。E-mail: warason@sina.com。

通信作者: 孟中(1975-), 男(汉族), 吉林长春人。助理研究员, 博士, 主要研究数字信号处理、光电测控系统控制和测量技术。

E-mail: mengz@ciomp.ac.cn。

应用滑模变结构控制原理必需要注意克服抖振, 抖振会对变结构控制系统产生很大影响, 主要表现在对系统动态性能的影响, 有可能破坏系统滑动模态的运行条件, 从而出现超调过大、过渡过程增长, 甚至出现不稳定状态。为了真正将变结构控制应用于实际, 本文设计了基于卡尔曼滤波器的指数趋近律滑模控制器, 并给出了仿真结果以抑制抖振。

## 1 抖振分析

从理论角度上讲, 由于滑动模态可以按需要设计, 而且系统的滑模运动与控制对象的参数变化、系统的外部扰动及内部的摄动无关, 也就是完全鲁棒性, 这是采用滑模变结构的突出优点。然而, 滑模变结构控制在本质上的不连续开关特性, 将会引起系统的一种“抖振”问题。这主要是因为一个现实的滑模变结构系统, 控制力总是受到限制的, 从而使系统的加速度有限。另外, 由于系统的惯性、切换开关的时间、空间滞后以及状态检测的误差, 特别对于计算机采样系统, 当采样时间较大时, 形成了“准滑模”, 都将会在光滑的滑动模态上叠加一个锯齿形的轨迹, 如图 1 所示。实际系统中必须消除抖振以增强控制器的抗扰动及抗扰能力。滑模控制中的抖振现象对控制系统将会产生很大影响, 这主要反映在:

- 1) 对系统动态性能的影响, 有可能破坏系统滑动模态的运行条件, 从而使系统出现超调, 过渡过程增长, 甚至出现不稳定状态;
- 2) 平衡点附近的抖振, 将会使系统的静态指标降低;
- 3) 抖振的存在对系统将会造成机械磨损, 能耗增大;
- 4) 高频抖振还有可能激发系统固有振荡源, 对系统造成更大的影响, 甚至无法正常运行。

总之, 抖振产生的原因在于: 当系统的轨迹到达切换面时, 其速度是有限大, 惯性使运动点穿越切换面, 从而最终形成抖振, 并叠加在理想的滑动模态上。对于采样系统而言, 计算机的高速逻辑转换以及高精度的数值运算使切换开关本身的时间及空间滞后影响可忽略, 故开关的切换动作所造成的控制不连续性是抖振发生的根本原因。国内外的专家学者针对滑模控制抗抖振问题都提出过相应的解决方法<sup>[4, 6-8]</sup>。

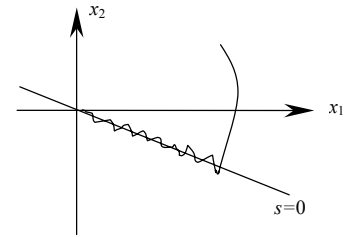


图 1 滑模变结构控制的抖振

Fig.1 Sliding mode variable control vibration

## 2 基于卡尔曼滤波器的指数趋近律滑模控制器设计

### 2.1 基于指数趋近律的离散滑模控制器<sup>[9-10]</sup>

设二阶离散系统状态方程为  $X(k+1) = AX(k) + Bu(k)$  (1)

其中  $X(k) = [x_1(k), x_2(k)]$ 。

设输入指令为  $r(k)$ , 其变化率为  $dr(k)$ , 取  $R_0 = [r(k), dr(k)]$ ,  $R_1 = [r(k+1), dr(k+1)]$ , 采用线性外推的方法预测  $r(k+1)$  以及  $dr(k+1)$ , 即:

$$r(k+1) = 2r(k) - r(k-1), \quad dr(k+1) = 2dr(k) - dr(k-1) \quad (2)$$

$$\text{切换函数为} \quad s(k) = C_e E = C_e [R_0 - X(k)] \quad (3)$$

$$\text{其中 } C_e = [c, 1]。 \text{则} \quad s(k+1) = C_e [R_1 - X(k+1)] \quad (4)$$

$$\text{取比例切换函数为} \quad \psi_i = \begin{cases} \alpha_i, & x_i s < 0 \\ \beta_i, & x_i s > 0 \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $\alpha_i, \beta_i$  为常数。将式(5)代入式(4), 得到控制律  $u(k)$  为

$$u(k) = (C_e B)^{-1} \cdot [C_e R_1 - C_e A X(k) - s(k+1)] \quad (6)$$

由此, 我们得到基于指数趋近律的离散趋近律为

$$s(k+1) = s(k) - T \{ \varepsilon \operatorname{sgn}[s(k)] + q s(k) \} \quad (7)$$

将式(7)代入式(6), 得到基于指数趋近律的离散控制律为

$$u(k) = (C_e B)^{-1} \cdot [C_e R_1 - C_e A x(k) - s(k) + ds(k)] \quad (8)$$

其中  $ds(k) = \varepsilon T \operatorname{sgn}[s(k)] + qTs(k)$ 。

对基于趋近律的离散滑模变结构控制来说,有三个参数可调,即  $q$ 、 $\varepsilon$  和  $c$ 。趋近速度参数  $q$  主要影响切换函数的动态过渡过程,  $q$  越大,系统到达滑模面的速度越快,尤其是  $q$  越接近于  $1/T_s$  时,系统趋近速度越快。对于切换函数的设计,主要是设计滑模面参数  $c$  (即滑模面斜率),调节该参数对系统调节时间有较大的影响,滑模面参数  $c$  越大,滑模运动段响应越快,快速性越好。因而,增大  $c$  和  $q$  都可以相应提高系统的快速性。但是参数过大会导致控制量输出过大,并且在实际控制中,往往会引起系统的抖振。符号函数的增益参数  $\varepsilon$  是系统克服扰动及外干扰的主要参数,  $\varepsilon$  越大,系统克服扰动和外干扰的能力就越强。但是,过大的增益将会导致系统抖振的加大,一般而言,系统的抖振幅度与  $\varepsilon$  成正比。

## 2.2 基于卡尔曼滤波器的指数趋近律滑模控制器设计

在上一小节的基础上,在控制系统中加入随机干扰和随机噪声,采用离散卡尔曼(Kalman)滤波器对干扰和噪声进行滤波以抑制抖振。

针对以下离散线性系统<sup>[1-2, 5]</sup>:

$$\begin{cases} X(k) = AX(k-1) + B[u(k) + w(k)] \\ y_1(k) = CX(k) + v(k) \end{cases} \quad (9)$$

其中:  $w(k)$  为过程噪声,  $v(k)$  为测量噪声,  $y_1(k)$  为被控对象实际输出。

控制方法采用基于指数趋近率的滑动模态控制,即控制器采用式(8)。

离散 Kalman 滤波器算法如下:

$$M(k) = P(k)C^T / [CP(k)C^T + R] \quad (10)$$

$$P(k) = AP(k-1)A^T + BQ(k-1)B^T \quad (11)$$

$$P(k) = [I - M(k)C]P(k-1) \quad (12)$$

$$x(k) = Ax(k-1) + M(k)[y_1(k) - CAx(k-1)] \quad (13)$$

其中  $M$  是滤波增益阵,  $P$  是均方误差阵,  $Q$  是过程噪声协方差阵,  $R$  是量测噪声协方差阵。

滤波后被控对象的输出为

$$y_0(k) = Cx(k) \quad (14)$$

带有 Kalman 滤波器的控制系统结构如图 2 所示。

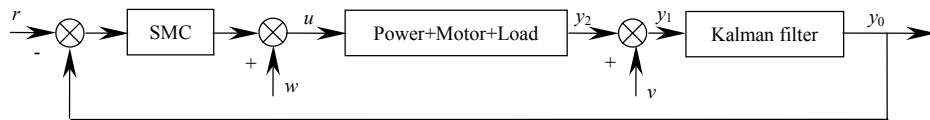


图 2 带有 Kalman 滤波的滑模控制器结构图

Fig.2 Sliding mode controller with Kalman filter

## 3 仿真结果

实测直流力矩电机的电气时间常数很小,速度环开环,电流环闭环得到电机、负载及电流环的等效传递函数为

$$G(s) = 10.68/s^2 \quad (15)$$

取采样周期为 1.25 ms 进行离散化处理,将被控对象传递函数模型转换成式(9)所表示的离散状态空间模型。

$$\begin{cases} x(k) = Ax(k-1) + B[u(k) + w(k)] \\ y_1(k) = Cx(k) + v(k) \end{cases} \quad (16)$$

其中:  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0.0013 \\ 0 & 1.0000 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 0.0000 \\ 0.0134 \end{bmatrix}$ ,  $C = [1 \ 0]$ ,  $D = 0$ ,  $w(k)$  为区间[-0.4, 0.4]范围内的白噪声信号,  $v(k)$  为[-0.3, 0.3]范围内的白噪声信号。

正弦输入指令为

$$r(k) = A \sin(2\pi ft) \quad (17)$$

其中选择  $t=2.5$  s,  $A=0.5^\circ$ ,  $f=1$  Hz。

阶跃输入指令为

$$r(k)=1$$

(18)

### 3.1 基于指数趋近律的离散滑模控制方法仿真

控制律为式(8), 取控制器参数为  $c=40$ ,  $\varepsilon=85$ ,  $q=60$ 。仿真结果如图 3 所示。

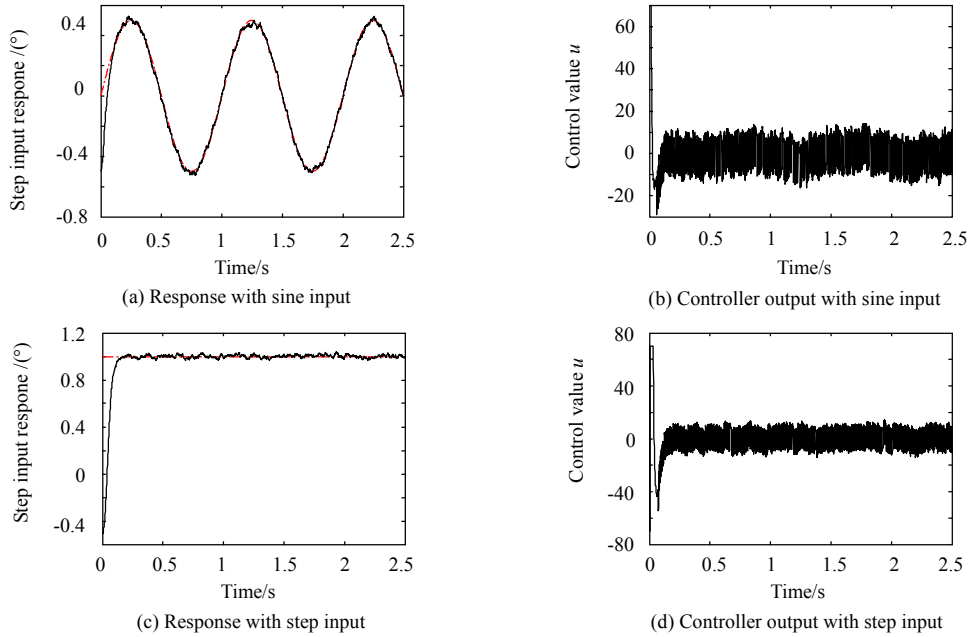


图 3 普通滑模控制算法在典型输入下的控制效果和控制器输出

Fig.3 Controller output and response with common sliding mode algorithm with typical input

从仿真结果可以看出, 加入噪声的条件下, 在位置跟踪时分别输入正弦和阶跃信号, 基于指数趋近律的响应输出和控制器输出均有很明显的抖振现象, 导致位置跟踪结果不理想, 不能实现滑模控制应有的效果, 因此必须抑制抖振, 由此提出基于卡尔曼滤波器的指数趋近律滑模控制方法。

### 3.2 基于卡尔曼滤波器的指数趋近律滑模控制方法仿真

控制律仍为式(8), 加入卡尔曼滤波算法, 参考式(10)~式(13), 取  $Q=1$ ,  $R=1$ , 取控制器参数为  $c=30$ ,

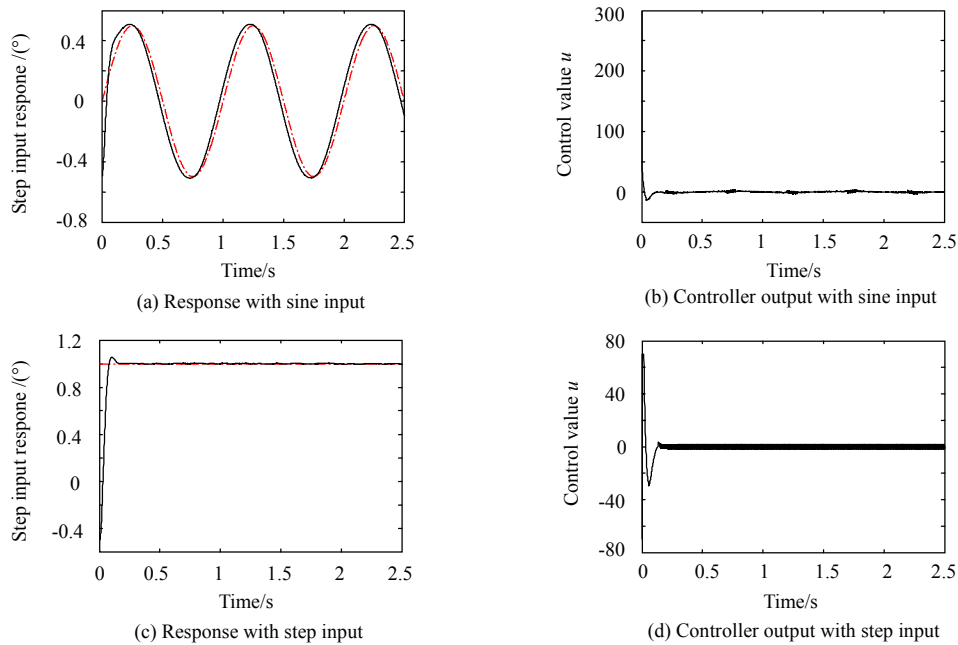


图 4 Kalman 滑模控制算法在典型输入下的控制效果和控制器输出

Fig.4 Controller output and response with Kalman filtering sliding mode algorithm with typical input

$\varepsilon=15$ ,  $q=30$ 。仿真结果如图4所示。

从仿真结果可以看出,加入噪声的条件下,在位置跟踪时分别输入正弦和阶跃信号,基于Kalman滤波器的指数趋近律的响应输出和控制器输出很好地实现了对抖振的削弱,并且位置跟踪输出曲线平滑,很好地抑制了干扰。参考图4(a)可知,该滑模变结构控制系统对正弦曲线的幅值和相角都能较好地复现原信号。参考图4(c)可知,该滑模变结构控制系统的阶跃响应调节时间为0.2 s,超调量约为5%。

## 4 结 论

本文针对光电平台伺服系统的特点,提出了基于卡尔曼滤波的指数趋近律滑模变结构控制方法,它能够很好地抑制抖振和伺服系统的随机干扰。通过以上仿真结果可以看出,单一采用指数趋近率算法时,抖振现象非常明显,系统稳定性差;采用卡尔曼滤波器与带趋近率的滑模变结构控制相结合的方法,很好地控制了抖振现象,系统的动态品质得到了改善。

### 参考文献:

- [1] Algrain Marcelo C, Ehlers Douglas E. Suppression of Gyroscope Noise Effects in Pointing and Tracking Systems [C]// **Acquisition, Tracking and Pointing VIII**, Orlando, Florida, April 5-8, 1994. Washington D C: SPIE, 1994: 402-413.
- [2] Royalty James M B. Gimbal Rate Loop Electrical Noise: how much can you stand [C]// **Acquisition, Tracking, and Pointing VII**, Orlando, Florida, April 15-16, 1993. Washington D C: SPIE, 1993: 234-241.
- [3] 高为炳. 变结构控制的理论及设计方法[M]. 北京: 科学技术出版社, 1996: 17-200.  
GAO Wei-bing. **The Theory and Designing Method of Variable Structure Control** [M]. Beijing: Science & Technology Press, 1996: 17-200.
- [4] 刘金琨. 滑模变结构控制 MATLAB 仿真[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005: 58-170.  
LIU Jin-kun. **The Matlab Simulation of Sliding Mode Variable Structure Control** [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005: 58-170.
- [5] 孟中, 张涛, 于前洋, 等. 一种降低压电陀螺输出噪声的方法[J]. 光电工程, 2005, **32**(增刊 2): 18-22.  
MENG Zhong, ZHANG Tao, YU Qian-yang, *et al.* Algorithm applied in the suppression of piezoelectric gyro output noise effects [J]. **Opto-Electronic Engineering**, 2005, **32**(S2): 18-22.
- [6] 韩晓泉, 王建立, 赵金字, 等. 模糊控制算法在光电跟踪伺服系统中的应用[J]. 光电工程, 2004, **31**(增刊): 19-21.  
HAN Xiao-quan, WANG Jian-li, ZHAO Jin-yu, *et al.* Application on Fuzzy Control Algorithm in an Opto-Electronic Tracking Servo System [J]. **Opto-Electronic Engineering**, 2004, **31**(S): 19-21.
- [7] Andersen T. The Servo System of the EISCAT Svalbard Antenna [J]. **Proc. of SPIE**(S0277-786X), 1995, **2479**: 301-312.
- [8] 姜静, 伍清河. 一种最优滑模控制算法及其仿真应用[J]. 光电工程, 2005, **32**(8): 23-27.  
JIANG Jing, WU Qing-he. Optimal sliding-mode control algorithm with simulation [J]. **Opto-Electronic Engineering**, 2005, **32**(8): 23-27.
- [9] 王艳敏, 冯勇, 陆启良. 永磁同步电动机的无抖振滑模控制系统设计[J]. 电机与控制学报, 2008, **12**(5): 514-519.  
WANG Yan-min, FENG Yong, LU Qi-liang. Design of free-chattering sliding mode control systems for permanent magnet synchronous motor [J]. **Electric Machines and Control**, 2008, **12**(5): 514-519.
- [10] 吴洋, 罗霞, 刘昱岗. 跟驰驾驶行为的滑模控制系统建模[J]. 控制理论与应用, 2008, **25**(4): 671-676.  
WU Yang, LUO Xia, LIU Yu-gang. Sliding mode control system modeling of car-following driving behavior [J]. **Control Theory & Applications**, 2008, **25**(4): 671-676.