

基于卡尔曼滤波的图像复原

王楠¹, 李文成^{2,3}, 李岩²

(1. 92941 部队 96 分队, 辽宁 葫芦岛 125001;

2. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

3. 91245 部队 43 分队, 辽宁 葫芦岛 125001)

摘要: 本文研究了基于卡尔曼滤波的图像复原方法, 介绍了图像模型的建立以及几种经典卡尔曼滤波图像复原方法, 提出了图像模型自适应的复原算法, 并进行了仿真研究。在其退化过程只限于假定是被白噪声污染的马尔可夫 (Markov) 过程的条件下, 目前应用卡尔曼滤波进行图像复原结果显示, 本方法具有更好的性能。

关键词: 卡尔曼滤波; 图像复原; 图像模型

中图分类号: TP391

文献标识码: A

DOI: 10.3788/OMEI 20102702.0028

Image Restoration Based on Kalman Filtering

WANG Nan¹, LI Wen-cheng^{2,3}, LI Yan²

(1. Army 92941 Brigade 96, Huludao 125001, China;

2. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences,
Changchun 130033, China;

3. Army 91245 Brigade 41, Huludao 125001, China)

Abstract: The adaptive image restoration was discussed based on the Kalman filtering and the genetic algorithm (GA). GA was used to estimate the relationship between pixels from the observed image so as to provide the best system model for the Kalman filter. The experimental results showed that this method had good properties in parameter adaptivity and the quality of the restoration image was improved.

Keywords: Kalman filtering; image restoration; image model

1 引言

在信号处理的滤波和预测中，一维卡尔曼滤波有着广泛应用，它最突出的优点是可以快速“实时”处理和节省内存容量。将一维推广到二维卡尔曼滤波，可以用在图像复原技术中^[1-3]。这种复原技术是设法用卡尔曼滤波方法将原始图像从退化形式中复原出来，每点的最佳估计可用诸邻近点的最佳估计及该点的数据表示。

本文从图像建模入手，提出一种基于遗传算法和卡尔曼滤波的自适应图像复原方法。

2 图像模型的建立

为了建立卡尔曼滤波所需要的状态空间模型，必须首先对图像建模。我们知道黑白图像是连续变化的一个灰度图，而在实际图像处理中的黑白灰度都是经过离散化采样的。设黑白图像可以分成 L 个（一般 $L=256$ ）不同的等级， $\{0, \dots, L-1\}$ 中的数值可以解释为黑白的灰度，也就是像素值。那么，一幅黑白灰度图像就可以表示成由各个像素点组成的平面矩形阵列，也称为以图像信息为背景的随机场。

二维离散图像是一个 $N \times N$ 的有规则的空间阵列，其模型可以用式 (1) 表示的广义马尔可夫过程来描述^[4]，差分方程为：

$$s(m,n) = \sum_{(i,j) \in R} C_{i,j} s(m-i, n-j) + w(m,n) \quad (1)$$

其中 $s(m, n)$ 为点 (m, n) 的像素值， $C_{i,j}$ 是模型参数， $w(m,n)$ 是随机噪声向量， R 是点 (m,n) 的更新区域。

若将相关区域表示“过去”，点 (m,n) 表示“现在”，图像的其余部分为“将来”。这样划分的“过去”、“现在”、“将来”三种状态，不同于一维情况的状态定义，为了区别，可以称为“伪状态”。具体做法可以用光栅扫描，即对一幅二维图像由左到右，由上到下逐行扫描获得，如图 1 所示。

基于上述扫描方法，式 (1) 表示的二维图像模型可以写成这样一个 ARMA 方程

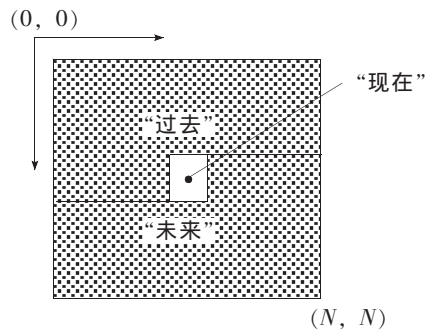


图 1 利用光栅扫描获得 3 种“状态”

$$X(m,n) = CX(m-1,n) + DW(m,n) \quad (2)$$

相应的观测方程是：

$$Y(m,n) = HX(m,n) + V(m,n) \quad (3)$$

其中 $X(m,n)$ 是形如式 (4) 的状态矢量， $Y(m,n)$ 为观测矢量， C 、 D 、 H 为系统矩阵， $W(m,n)$ 和 $V(m,n)$ 分别为过程噪声和观测噪声。

$$\begin{aligned} X(m,n) = & [s(m,n), s(m-1, n), \dots, s(1, n); \\ & s(N,n-1), s(N-1,n-1), \dots, s(1, n-1); \\ & \dots \\ & s(N,n-M_1), s(N-1,n-M_2), \dots, s(m-M_2, n-M_1)] \end{aligned} \quad (4)$$

3 基于遗传算法和卡尔曼滤波的自适应图像复原

3.1 图像模型选择

本节将二维图像表示成如式(5)所示的简单模型：

$$I(i, j) = c_1 I(i, j-1) + c_2 I(i-1, j) + c_3 I(i-1, j-1) \quad (5)$$

其中 $I(i, j)$ 表示第 i 行第 j 列的像素点， c_1 、 c_2 和 c_3 为图像模型参数，用来衡量各个像素点之间的关系。

采用从左至右从上到下的光栅扫描方法，建立如下的状态空间模型：

$$x(i, j) = Cx(i, j-1) + Eu(i, j) \quad (6)$$

$$y(i, j) = Hx(i, j-1) + v(i, j) \quad (7)$$

其中

$$x(i, j) = \begin{bmatrix} I(i, j) \\ I(i, j-1) \\ I(i-1, j+1) \\ I(i-1, j) \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & c_2 & c_3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T, D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$x(i, j)$ 为像素 $I(i, j)$ 的状态矢量, 包含其水平方向和垂直方向的相关像素, $u(i, j)$ 为像素 $I(i-1, j+1)$ 的最新估计值, $w(i, j)$ 为系统噪声, 通常为均值白噪声向量, $v(i, j)$ 为观测噪声, 矩阵 C 为状态转移矩阵, 其中包含相邻像素间的相关参数, H 为观测矩阵, 它是由模糊模型的点扩展函数 (PSF) 决定的。简单起见, 本节令 $H(1)=1, H(i)=0, (i=2,3,4)$, 即假定图像只受到噪声影响。 D 和 E 是权系数矩阵。

有了式 (5) 所建立的状态空间模型, 我们就可以应用卡尔曼滤波方法将原始图像从退化图像中复原出来。这里存在的一个问题是式 (6) 中的模型参数往往是未知的, 现有文献大多采用最小二乘 (LS) 方法从原始图像中估计出这些参数, 并且将其设为常数。然而, 实际中原始图像通常是未知的, 且对于不同的扫描方法和不同的退化程度, 像素之间的关系是不同的。因此, 如何有效地估计这些参数成了图像复原的关键所在。

3.2 自适应图像复原

本文提出一种参数自适应的图像复原方法。与文献 [5] 不同的是, 该方法利用遗传算法从退化图像中估计模型参数, 针对不同的图像, 不同的退化程度, 为卡尔曼滤波提供一种自适应的图像模型。作为一种应用最为广泛的优化算法, 遗传算法可以针对不同情况为卡尔曼滤波提供最优的图像模型。

算法过程:

(1) 产生图像模型参数 c_1, c_2 和 c_3 的初始种群分布。种群大小 N 的选取很关键, 过大会增大运算负担, 过小又可能找不到最优解。本文将种群大小设为 30。

(2) 进行卡尔曼滤波。这一过程包括预测和更新两个阶段。

预测:

$$\bar{x}(i, j) = C\hat{P}(i, j-1) + Eu(i, j) \quad (8)$$

$$\bar{P}(i, j) = C\hat{P}(i, j-1)C^T + DQD^T \quad (9)$$

更新:

$$K(i, j) = \bar{P}(i, j)H^T[H\bar{P}(i, j)H^T + R]^{-1} \quad (10)$$

$$\hat{x}(i, j) = \bar{x}(i, j) + K(i, j)[y(i, j) - H\bar{x}(i, j)] \quad (11)$$

$$\hat{P}(i, j) = [I - K(i, j)H]\bar{P}(i, j) \quad (12)$$

其中 R, Q 分别是过程噪声和观测噪声的协方差矩阵。

(3) 计算复原图像的改善信噪比 ISNR, 计算公式如下:

$$\text{ISNR} = 10 \log_{10} \frac{\sum_{i,j} [y(i, j) - o(i, j)]^2}{\sum_{i,j} [r(i, j) - o(i, j)]^2} \quad (13)$$

其中 y, o, r 分别表示退化图像、原始图像和复原图像。

(4) 选择 ISNR 为适应度函数。ISNR 的值越大, 复原图像的质量就越好。因此遗传算法优化的目标是得到式 (13) 的最大值。

(5) 选择 (采用排序法)。将个体按适应值由大到小排列, 并按下式分配选择概率:

$$P_i = \begin{cases} q(1-q)^{i-1}, & i=1, 2, \dots, N-1 \\ (1-q)^{N-1}, & i=N \end{cases} \quad (14)$$

计算各个体的累积概率:

$$q_i = \sum_{j=1}^i P_j \quad (15)$$

在 $[0, 1]$ 区间内产生一个均匀分布的随机数 r , 若 $r < q_1$, 选择第一个个体; 否则, 选择第 k 个个体, $2 \leq k \leq N$, 使得 $q_{k-1} < r < q_k$ 成立。重复 N 次, 选择出 N 个个体组成新群体。

(6) 交叉。交叉运算就是对染色体的某些基因位进行交换, 这里采用单点交叉法, 即随机的选择一个断点, 交换交叉个体上断点的右端, 生成新的后代。交叉概率越大, 交换的基因越多, 其值变化就越快, 解的收敛速度就越快, 其值太大, 又不利于求解最优解。这里给定交叉概率为 0.8。

(7) 变异。随机选择某些个体的某些基因位进行变异, 即这些基因位取反。变异位的多少由变异率决定, 与交叉运算同样的道理, 这里给定变异概率为 0.08。

(8) 更新种群。

(9) 回到步骤 (2), 循环迭代直至最大迭代次数。

以上即为基于遗传算法和卡尔曼滤波的自适应图像恢复方法, 该方法从观测图像中估计模型参数, 提供了更精确的图像模型, 特别是在低信噪比情况下, 该方法将显示出更好的性能。

4 仿真结果与分析

首先, 对于不同的标准图像, 我们用本节所提出的方法进行测试, 得到的结果见表 1。其次, 以 Lena 标准灰度图像为例, 对其不同程度的退化图像

表 1 不同测试图像仿真结果

测试图像	c_1	c_2	c_3	ISNR
Lena	0.539 3	0.009 1	0.002 3	2.796 2
Peppers	0.483 7	0.040 2	0.083 8	2.798 3
couple	0.495 8	0.046 2	0.029 5	2.804 4

表 2 不同退化程度的 Lena 图像复原结果

加噪程度	c_1	c_2	c_3	ISNR
50	0.617 1	0.240 6	0.136 3	1.554 1
100	0.539 3	0.009 1	0.015 9	2.793 2
150	0.381 7	0.038 0	0.002 3	3.938 3

进行复原, 得到如表 2 的结果。

从这两个测试中可以得出结论:

(1) 本节提出的方法可以针对不同的图像自适应建立最合适的图像模型, 达到最高的复原质量。

(2) 本节提出的方法可以为不同退化程度的图像建立不同的图像模型, 以达到最优的复原结果。

(3) 与文献[5] 中基于 LS 的方法比较, 本节提出的方法具有更好的性能。这是因为随着退化程度的增加, 退化图像中像素之间的关系较原始图像像素之间的关系已经有了很大的差异, 原始图像的模型已经不能很好的反映像素之间的关系。因此, 在低信噪比情况下, 本节提出的方法具有较大的优势。

5 结 论

本文研究了基于卡尔曼滤波的图像复原方法, 介绍了图像模型的建立以及几种经典的卡尔曼滤波图像复原方法, 提出了一种图像模型自适应的复原算法, 并进行了仿真研究。在其退化过程只限于假定是被白噪声污染的马尔可夫 (Markov) 过程条件下, 目前应用卡尔曼滤波进行图像复原结果显示, 本方法具有更好的性能。

参考文献

- [1] 余英林, 谢胜利, 蔡汉添. 信号处理新方法导论[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- [2] 徐立中, 李士进, 石爱业. 数字图像的智能信息处理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2007.
- [3] Therrien C W, Quatieri T F, Dudgeon D E. Statistical Model-Based Algorithms for Image Analysis [J]. *Proceedings of the IEEE*, 1986, 74(4): 532-551.
- [4] Charles A. Bouman. Markov Random Fields and Stochastic Image Models [C]. *IEEE International Conference on Image Processing*, 1995: 23-26.
- [5] Yan Zhai, Yeary M, DeBrunner B, et al. Image restoration using a hybrid combination of particle filtering and wavelet denoising [C]. *IEEE International Conference on Image Processing*, 2005, 2: 790-793.

作者简介: 王楠 (1980-), 男, 汉族, 辽宁葫芦岛人, 学士, 助理工程师, 2004年于辽宁大学获得学士学位, 主要从事实时数据处理等方面的研究。E-mail: 36606458@qq.com