

无重叠图像期间的卫星平台颤振估计算法

刘海秋^{1*}, 马慧敏¹, 江朝晖¹, 闫得杰²

¹安徽农业大学信息与计算机学院, 安徽 合肥 230036;

²中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033

摘要 提出了基于双重约束函数的无重叠图像期间的颤振估计算法。建立了视差图像与低频颤振相结合的双重约束函数, 以评价无重叠图像期间颤振曲线的平滑度; 采用共轭梯度法筛选颤振曲线平滑度最优解, 并以此作为无重叠图像期间颤振的最佳估计; 建立了无重叠图像期间与重叠图像期间颤振之间的函数关系式。以我国 XX-1 号可见光详查相机为例进行实验, 颤振探测结果在被测颤振的频率既不等于也不接近特征频率的整数倍处具备有效性, 证明了所提算法能够对无重叠图像期间非特征频率整数倍及其附近处的颤振进行有效探测。

关键词 卫星颤振; 颤振估计; 无重叠图像; 电荷耦合器件拼接区

中图分类号 V448.15+1

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201939.0512002

Algorithm for Satellite-Platform Jitter Estimation in Period of Non-Overlapping Images

Liu Haiqiu^{1*}, Ma Huimin¹, Jiang Zhaohui¹, Yan Dejie²

¹School of Information and Computer, Anhui Agricultural University, Hefei, Anhui 230036, China;

²Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China

Abstract In this study, a jitter estimation algorithm during the acquisition period of non-overlapping images was proposed based on a double-constraint function. The double-constraint function was derived by combining the parallax-observation images with the low-frequency jitter to evaluate the smoothness of the jitter curve during the acquisition period of non-overlapping images. The conjugate-gradient method was used to find the smoothest curve, and the corresponding solution was used as the optimum estimation of jitter during the acquisition period of non-overlapping images. The quantitative relation between the jitter during the acquisition period of non-overlapping images and that during the acquisition period of overlapping images was established. The experimental results using the Chinese XX-1 space camera show that the jitter detection results are only valid when the measured jitter frequencies are neither equal nor close to any integer multiple of the characteristic frequency. This in turn proves that in such cases, the proposed algorithm can effectively detect the jitter during the acquisition period of non-overlapping images.

Key words satellite jitter; jitter estimation; non-overlapping images; charge coupled device splicing area

OCIS codes 120.0280; 040.1490

1 引言

颤振是卫星在轨运行期间受到外部和内部因素的影响而产生的姿态不稳定和周期性微小振动^[1-3], 作为卫星在轨运行期间的普遍现象, 颤振直接影响卫星的姿态稳定性, 降低搭载于卫星平台上空间相

机的成像质量和几何定位精度^[4-5]。如何对颤振进行有效的探测, 从而提高卫星姿态稳定度, 削弱颤振对像质的影响, 成为国内外共同面临的挑战^[6-8]。国内外学者相继提出多种颤振探测方法, 可以大致归纳为三类:

第一类方法利用宽频带、高精度的卫星姿态传

收稿日期: 2018-11-29; 修回日期: 2018-12-25; 录用日期: 2019-01-02

基金项目: 国家自然科学基金(61805001)、安徽省自然科学基金(1808085QF218)、安徽农业大学青年基金重点项目(2015ZD16)

* E-mail: lhq@ahau.edu.cn

0512002-1

感器对颤振进行直接测量^[9],例如,Landsat-7 卫星上搭载的角位移探测设备以 500 Hz 的采样频率对卫星姿态数据进行实时采集^[10],我国 Yaogan-26 卫星上安装的高频角位移传感器可以实现 0.2~450 Hz 范围内的振动探测^[11]。相比之下,日本的先进星载热发射和反射辐射计(Advanced Spaceborne Thermal Emission and Reflection Radiometer, ASTER)探测器每秒更新一次姿态数据^[2],我国的 ZY-3(Ziyuan 3)卫星以 4 Hz 的采样频率收集卫星姿态数据^[12],ZY1-02C 的姿态数据和全球定位系统(GPS)接收器的更新周期分别为 0.5 Hz 和 0.25 Hz^[13]。尽管已有高性能的姿态测量设备安装在少数卫星上,但是,大部分卫星上搭载的姿态测量设备的采样频率相对较低。因此,这类方法对于传感技术不成熟、且由于销售封锁难以购置高性能姿态传感器的国家来说尚不适用。

第二类方法利用密集地面控制点探测颤振,相关研究结果证实了该方法能够对颤振进行有效探测^[14],但是,这种方法依赖于密集的地面控制点,极大地限制了该方法的推广。

第三类方法利用重叠图像进行颤振探测,多国学者结合本国卫星的成像特点对颤振进行了分析,Mattson 等^[15]利用相邻两片电荷耦合器件(Charge Coupled Device, CCD)阵列所拍摄的重叠图像对月球勘测轨道飞行器窄角相机(Lunar Reconnaissance Orbiter Camera Narrow-Angle Cameras, LROC-NAC)的颤振进行了探测,并运用类似的方法检测了高分辨成像科学实验(High Resolution Imaging Science Experiment, HiRISE)相机的颤振^[16]。Iwasaki 等^[17]采用多光谱图像的重叠区域获得 ASTER 相机 1.5 Hz 处的颤振。童小华等^[3,18-19]利用 ZY-3 卫星的多光谱重叠影像捕捉到 0.6 Hz 处的颤振。孙涛等^[20]利用同样的方法发现 Chinese Mapping Satellite-1 卫星 0.1 Hz 和 0.6 Hz 两处颤振。

第三类方法克服了前两类方法对高性能成像传感器或密集地面控制点的依赖,引起了国内外学者的广泛关注^[5]。相邻两片成像传感器拼接区所成的两幅视差图像内具有重叠区域,是这类方法提取颤振信息的基本前提^[16-20],然而,在每次拍摄任务中,并非全程都能获得重叠图像,对于无重叠图像期间的颤振探测问题,单一地利用视差图像无法解决。为此,本文提出了一种姿态数据和视差图像相结合的颤振估计算法,尝试对包括无重叠图像期间在内的全局颤振进行探测。

2 视差图像中重叠区域的分布规律分析

空间相机焦面上多片 CCD 往往以交错拼接的方式排布,相邻两片 CCD 的交接处存在几十列重叠像元,形成拼接区^[21-23],拼接区在物面上的投影区域相互重叠,如图 1 所示。令扫描方向上两片 CCD 拼接区之间的行间距为 L ,同一目标的成像时间间隔为 Δt ,一次拍摄任务的起止时间分别为 0 和 T ,则在相机开拍后的 $0 \sim \Delta t$ 期间,景物区域 Area1 投影到第一片 CCD(1# CCD)的拼接区,并由该拼接区对其成像,但不会被第二片 CCD(2# CCD)捕捉到,同理,在每次拍摄任务最后的 $(T - \Delta t) \sim T$ 期间,景物区域 Area2 投影到 2# CCD 的拼接区,由该拼接区对其成像,但不会被 1# CCD 捕捉到,两个景物区域分别对应 1# CCD 拼接区的前 L 行图像和 2# CCD 拼接区的后 L 行图像,其余为重叠区域。可见,重叠区域位于图像 $I_1(\Delta t \leq t \leq T, t$ 为时间)和 $I_2(0 \leq t \leq T - \Delta t)$ 内,而无重叠图像期间则分布在 1# CCD 拼接区于 $[0, \Delta t)$ 期间拍摄的图像 $I_1(0 \leq t < \Delta t)$ 与 2# CCD 拼接区于 $(T - \Delta t, T]$ 期间拍摄的图像 $I_2(T - \Delta t < t \leq T)$ 中。

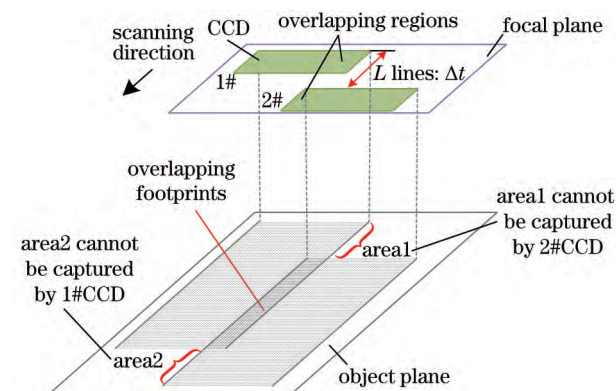


图 1 图像重叠区域的分布规律

Fig. 1 Distribution of overlapping images

尽管两片 CCD 拼接区所成的两幅视差图像中的大部分景物相互重叠,但是,在每次拍摄任务的最初和最后 Δt 时间内,两片 CCD 拼接区所成图像中无重叠区域。

3 有重叠图像与无重叠图像之间颤振关系式的建立

星上活动部件的颤振会引起卫星平台运动,该运动通过相机与卫星平台之间的连接关系传递给相机,使相机焦面随之运动,进而导致目标在焦面上映

射的像点与焦面之间的相对运动。不同时刻星上活动部件的颤振状态不同,由此引起的像点与焦面之间的运动也随时间不断变化。由于两片 CCD 拼接区对同一目标的成像时刻不同,而不同时刻颤振引起的像点与焦面之间的相对运动不同^[24],导致同一目标在拼接区所成的两幅图像中的成像位置存在差异,如图 2 所示。

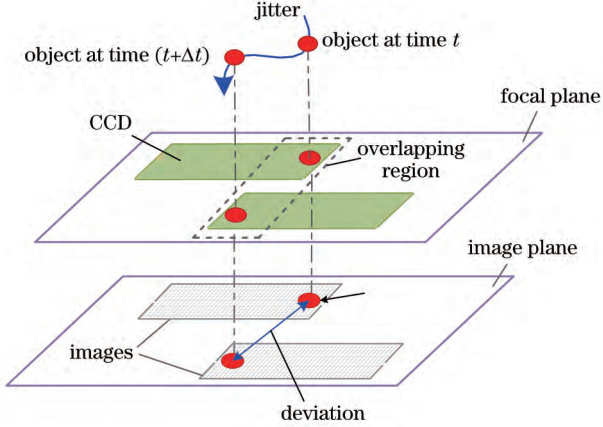


图 2 相邻两片 CCD 拼接区的成像示意图

Fig. 2 Schematic of imaging process of adjacent two-CCD splicing regions

成像位置差与颤振之间满足如下的函数关系:

$$d(t) = m(t + \Delta t) - m(t), 0 \leq t \leq T - \Delta t, \quad (1)$$

式中, $m(t)$ 和 $m(t + \Delta t)$ 分别为 t 和 $(t + \Delta t)$ 时刻的卫星平台颤振, Δt 为相邻两片 CCD 的拼接区对同一目标的成像时间间隔, $d(t)$ 为同一目标分别于 t 时刻和 $(t + \Delta t)$ 时刻在两片 CCD 的拼接区所成的两幅图像中的成像位置差。成像位置差往往由两幅重叠图像配准后得到,通常为离散时间序列,为此,将 (1) 式作离散处理:

$$m(r + R) = m(r) + d(r), (r = 1, 2, 3, \dots, N \times R), \quad (2)$$

式中, r 为离散时间序列中 $m(r)$ 元素的序号, $m(r)$ 为 $(r \times T_d)$ 时刻的颤振, $d(r)$ 为同一目标在拼接区所成的两幅重叠图像中的成像位置差, T_d 为成像位置差离散时间序列的采样周期, T 为一次拍摄任务的持续时间, R 为时间间隔 Δt 中包含的采样周期 T_d 的个数, N 为一次拍摄时长 T 中包含的时间间隔 Δt 的个数,且 $R = \lfloor \Delta t / T_d \rfloor$, $N = \lfloor (T / \Delta t) - 1 \rfloor$ 。将 (2) 式展开可以得到

$$\begin{cases} m(R + 1) = m(1) + d(1) \\ m(R + 2) = m(2) + d(2) \\ \vdots \\ m(R + R) = m(R) + d(R) \\ m(2R + 1) = m(R + 1) + d(R + 1) = m(1) + d(1) + d(R + 1) \\ m(2R + 2) = m(R + 2) + d(R + 2) = m(2) + d(2) + d(R + 2) \\ \vdots \\ m(2R + R) = m(2R) + d(2R) = m(R) + d(R) + d(2R) \\ \vdots \\ m(NR + 1) = m(1) + d(1) + d(R + 1) + \dots + d((N - 1)R + 1) \\ m(NR + 2) = m(2) + d(2) + d(R + 2) + \dots + d((N - 1)R + 2) \\ \vdots \\ m(NR + R) = m(R) + d(R) + d(2R) + \dots + d(NR) \end{cases}, \quad (3)$$

令无重叠图像期间的颤振 M_{noI} 、有重叠图像期间的颤振 M_{ol} 和从重叠图像中提取的成像位置差 D 分别为

$$M_{\text{noI}} = [m(1), m(2), \dots, m(R)], \quad (4)$$

$$M_{\text{ol}} = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m(R + 1) & m(R + 2) & \dots & m(2R) \\ m(R + 1) & m(R + 2) & \dots & m(2R) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ m(NR + 1) & m(NR + 2) & \dots & m(NR) \end{bmatrix}_{N \times R}, \quad (5)$$

$$D = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \vdots \\ D_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d(1) & d(2) & \cdots & d(R) \\ d(R+1) & d(R+2) & \cdots & d(R+R) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ d((N-1)R+1) & d((N-1)R+2) & \cdots & d(NR) \end{bmatrix}_{N \times R}, \quad (6)$$

则(3)式可以表示为

$$\begin{aligned} M_1 &= M_{\text{noI}} + D_1 \\ M_2 &= M_{\text{noI}} + D_1 + D_2 \\ &\vdots \\ M_{\text{ol}} &= M_{\text{noI}} + D_1 + D_2 + \cdots + D_N \end{aligned}, \quad (7)$$

令系数矩阵 A 和 B 分别为

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}_{N \times 1}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \cdots 0 \\ 1 & 1 & 0 \cdots 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \cdots 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \cdots 1 \end{bmatrix}_{N \times N}, \quad (8)$$

则(7)式可以整理成矩阵形式:

$$M_{\text{ol}} = A \cdot M_{\text{noI}} + B \cdot D, \quad (9)$$

(9)式显示了无重叠图像期间的颤振 M_{noI} 与重叠图像期间的颤振 M_{ol} 之间的定量关系。可见,无重叠图像区间处于一次拍摄任务的起始阶段,无重叠图像期间的颤振估计是探测后续颤振的首要前提。

4 无重叠图像期间的颤振估计

CCD 的行扫描频率与像元尺寸、轨道高度有关,通常每秒可以拍摄上万行图像^[24],在如此高的 CCD 行扫描频率下,高频颤振能够通过成像过程被彻底记录在图像中,并以成像位置差的宏观形式体现出来,颤振与成像位置差之间严格遵循(1)式所示的函数关系,若颤振变化,则成像位置差随之变化。可见,成像位置差数据能够对低频、乃至高频颤振形成约束。

此外,随着频率的增加,颤振的功率谱密度逐渐降低^[25-28],尽管卫星平台颤振是一种横跨上千赫兹的超宽频带运动,但是,低频段占据了大部分能量,决定了颤振曲线的整体走势^[26]。

综合以上两方面因素,利用卫星在轨运行期间的工程参数,计算颤振的低频分量,同时,从视差图像中提取成像位置差信息,由成像位置差和颤振低频分量,共同形成对无重叠图像期间颤振低频和高频分量的双重约束,进而利用优化方法筛选出无重叠图像期间颤振的最优估计,方案如图 3 所示。

4.1 成像位置差的提取

相邻两片 CCD 的拼接区对同一目标先后成像

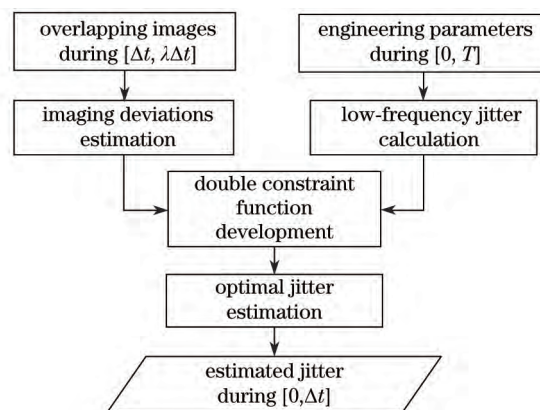


图 3 无重叠图像期间的颤振估计方案

Fig. 3 Scheme for jitter estimation during period of non-overlapping images

两次,形成重叠图像,成像位置差衡量了同一目标在两幅重叠图像中的位置偏差,往往采用图像处理方法对重叠区域进行匹配处理,得到一系列共轭点对,计算每对共轭点中两点之间的坐标差值,得到成像位置差离散时间序列。

在图像配准之前,依据相邻两片 CCD 拼接区所成图像中重叠区域的分布规律,提取拼接区所成图像中的重叠区域。据第 2 节的内容可知, $[0, T - \Delta t]$ 期间 2[#] CCD 拼接区所成图像 $I_2 (0 \leq t \leq T - \Delta t)$ 与 $[\Delta t, T]$ 期间 1[#] CCD 拼接区所成图像 $I_1 (\Delta t \leq t \leq T)$ 相互重叠。因此,提取图像 $I_1 (\Delta t \leq t \leq T)$ 和图像 $I_2 (0 \leq t \leq T - \Delta t)$ 用于匹配处理。然后,将两幅重叠图像均匀地分割成尺寸相同的 $(N \times R)$ 图像单元,以单元中心点附近的一定邻域范围作为参考模板,利用基于互相关的配准方法在相应的图像单元中进行遍历,计算遍历范围内的互相关系数阵列,采用二次曲面拟合互相关系数阵列,通过微分方法求取二次曲面的顶点,该顶点即为此图像单元中心点在对方图像中的共轭点,计算共轭点之间的坐标差值,得到一个成像位置差 $d(r)$ 。对所有图像单元进行上述匹配处理,可以得到一组成像位置差离散时间序列 $\{d(r)\}_{N \times R}$ 。

4.2 颤振低频分量的计算

姿态数据描述了卫星绕俯仰轴、滚动轴以及偏航轴的旋转角度,而本文中所述的颤振指的是卫星平台运动传递到相机焦面而引起的沿轨和垂轨方向

的运动,可见,在利用姿态数据构建双重约束函数之前,需要将旋转角度转换为焦面沿轨和垂轨方向的运动位移。王家骥院士等^[29-30]提出了对地成像坐标系变换公式,该公式已经成功应用于我国多颗对地观测卫星上,在轨运行结果表明该坐标系变换公式能够准确地将卫星的三轴旋转角度转换为沿轨和垂轨方向的运动。

值得注意的是,该坐标系变换方程输出值描述的是像点与焦面之间的相对运动,该相对运动包含三部分内容:其一,卫星的姿态旋转通过平台传递给相机焦面,使焦面随之运动,已经证实此部分运动可以采用多级三角函数叠加的形式进行模拟^[24,31-33]。其二,卫星沿轨道运动引起的像点位移,随着卫星沿轨道运动,星下点纬度不断变化,而不同纬度上地球的自转线速度不同,例如赤道上地球的自转线速度最大,两极上地球的自转线速度为零,进而导致前向像移速度和旁向像移速度的比值不断变化,偏流角不断增加,使焦面上 CCD 所在位置处的像移速度与拍摄初期设置的行扫描速度之间的匹配度不断下降,导致 CCD 的成像质量逐渐降低,为了避免图像降质过于严重,卫星单次拍摄任务的持续时间往往远小于卫星的轨道周期,例如,XX-1 号卫星的轨道周期超过 90 min,而其单次拍摄任务的持续时间仅不足 30 s。对于近圆轨道卫星而言,这部分运动可以近似为匀速圆周运动,产生的位移可以采用一阶多项式表示^[34]。其三,地球自转引起的像点运动,对于近圆轨道卫星而言,这部分运动可以采用正弦运动模拟,由于单次拍摄任务的持续时间远小于卫星的轨道周期,工程上通常采用多项式的形式近似^[35]。因此,由工程参数代入坐标系变换方程所得的结果,服从运动模型:

$$s(t) = \sum_{k=0}^K A_k \sin(2\pi f_k t + \theta_k) + p(t), \quad (10)$$

式中, $p(t)$ 为自变量 t 的多项式形式, A_k 、 f_k 和 θ_k 分别为 k 级三角函数的幅值、频率和初相位, K 为三角函数的总级数。

为了从中提取由卫星绕三轴旋转引起的焦面运动,将工程参数代入坐标系变换方程中,得到像点与焦面之间的相对运动离散点列,以其为观测点,以多项式作为回归模型,利用最小二乘法估计多项式的系数,从而得到多项式时域表达式以及离散点列,从相对运动离散点列中剔除多项式点列,剩余的则为三角函数部分的离散点列。

为了得到无重叠图像 $[0, \Delta t]$ 期间指定时刻的颤振低频分量,以上述三角函数部分的离散点列为观测点,以三角函数叠加的形式作为回归模型,利用最小二乘法估计回归模型参数,得到时域表达式,将时间信息代入表达式中,得到所需时刻的离散点列。

由于大多数卫星上搭载的姿态传感器的采样频率较低^[2,12-13],用于本文实验的国内 XX-1 号详查相机的姿态数据更新周期也仅能达到 512 ms(由中科院长春光学精密机械与物理研究所提供)。根据奈奎斯特采样定理,姿态数据经过坐标变换得到的离散点列 $\{m_L(r)\}_{N \times R}$ 仅能反映较低频段的运动信息,故将该离散点列 $\{m_L(r)\}_{N \times R}$ 称为颤振的低频分量。

4.3 双重约束函数的建立及其凸性分析

4.3.1 双重约束函数的建立

最小方差思想被广泛应用于卫星运动估计中^[36],颤振作为一种在光学卫星上普遍存在的运动现象^[5],最小方差思想同样适用于颤振估计。依据最小方差理论,以低频颤振 $\{m_L(r)\}_{N \times R}$ 和成像位置差 $\{d(r)\}_{N \times R}$ 为参数,推导颤振的估计方差并求和,形成双重约束函数:

$$C(M_{\text{noI}}, \lambda) = \frac{\sum_{r=1}^R [m(r) - m_L(r)]^2}{\sum_{r=1}^R m_L(r)^2} + \frac{\sum_{r=1}^R [m(r) + d(r) - m_L(r+R)]^2}{\sum_{r=1}^R m_L(r+R)^2} + \dots + \frac{\sum_{r=1}^R \{m(r) + d(r) + d(r+R) + \dots + d[r + (\lambda - 1) \cdot R] - m_L(r + \lambda \cdot R)\}^2}{\sum_{r=1}^R m_L(r + \lambda \cdot R)^2}, \quad (11)$$

式中, M_{noI} 为无重叠图像 $[0, \Delta t]$ 期间的颤振,且 $M_{\text{noI}} = [m(1), m(2), \dots, m(R)]$,函数中第一项的

物理意义是衡量无重叠图像 $[0, \Delta t]$ 期间颤振曲线的平滑度,第二项用以评价重叠图像 $[\Delta t, 2\Delta t]$ 期间

颤振曲线的平滑度,以此类推,第 λ 项用以评价重叠图像 $[\lambda \times \Delta t, (\lambda + 1) \times \Delta t]$ 期间颤振曲线的平滑度。可见,包含因子 λ 决定了双重约束函数在重叠图像期间的扩展程度,且 $1 \leq \lambda \leq N, \lambda \in N^*, N^*$ 为正整数集。

通过提高包含因子 λ ,可以扩展约束函数在重叠图像期间的覆盖范围,并以扩展范围内颤振曲线的平滑度作为一项新增约束条件,包含因子 λ 每增加1,便会使双重约束函数中的约束条件增加一项,因此,包含因子 λ 越大,双重约束函数中的约束条件则越多,双重约束函数对无重叠图像期间颤振的约束越强烈。有关包含因子 λ 的取值对无重叠图像期间颤振估计的影响,作者将在后续工作中展开研究。

4.3.2 双重约束函数的凸性分析

双重约束函数衡量了颤振曲线的平滑程度,函

数值越小,曲线越平滑,双重约束函数取最小值时对应的颤振 $\hat{M}_{\text{noI}}$,为无重叠图像期间颤振的最优估计。筛选双重约束函数最小值的问题属于非线性最小值范畴,常见的最小值求解基本算法包括牛顿法和共轭梯度法,无论哪种算法均要求目标函数为凸函数,因此,有必要对双重约束函数的凸性进行判定。

依据凸函数判定定理判定双重约束函数的凸性:某函数为凸函数的充要条件是该函数在定义域 X 内存在二阶连续偏导数,且黑塞矩阵处处正定^[37]。不难看出双重约束函数为 R 元二次函数,存在二阶连续偏导数。下面推导双重约束函数的黑塞矩阵^[38]。

为了简化运算,将双重约束函数中的分母表示为

$$A_0 = 1 / \sum_{r=1}^R m_L(r)^2, A_1 = 1 / \sum_{r=1}^R m_L(r+R)^2, \dots, A_\lambda = 1 / \sum_{r=1}^R m_L(r+\lambda \cdot R)^2, \quad (12)$$

式中 $A_0, A_1, \dots, A_\lambda > 0$,则(11)式所示的双重约束函数可以进一步化简为

$$C(\mathbf{M}_{\text{noI}}, \lambda) = A_0 \sum_{r=1}^R [m(r) - m_L(r)]^2 + A_1 \sum_{r=1}^R [m(r) + d(r) - m_L(r+R)]^2 + \dots + A_\lambda \sum_{r=1}^R \{m(r) + d(r) + d(r+R) + \dots + d[r + (\lambda - 1) \cdot R] - m_L(r + \lambda \cdot R)\}^2. \quad (13)$$

根据一阶偏导数的定义,双重约束函数的一阶偏导数可以表示为

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(\mathbf{M}_{\text{noI}}, \lambda)}{\partial m(1)} &= 2A_0 \cdot [m(1) - m_L(1)] + 2A_1 \cdot [m(1) + d(1) - m_L(1+R)] + \dots + \\ &\quad 2A_\lambda \cdot \{m(1) + d(1) + \dots + d[1 + (\lambda - 1) \cdot R] - m_L(1 + \lambda \cdot R)\}, \\ \frac{\partial C(\mathbf{M}_{\text{noI}}, \lambda)}{\partial m(2)} &= 2A_0 \cdot [m(2) - m_L(2)] + 2A_1 \cdot [m(2) + d(2) - m_L(2+R)] + \dots + \\ &\quad 2A_\lambda \cdot \{m(2) + d(2) + \dots + d[2 + (\lambda - 1) \cdot R] - m_L(2 + \lambda \cdot R)\}, \\ &\vdots \\ \frac{\partial C(\mathbf{M}_{\text{noI}}, \lambda)}{\partial m(R)} &= 2A_0 \cdot [m(R) - m_L(R)] + 2A_1 \cdot [m(R) + d(R) - m_L(R+R)] + \dots + \\ &\quad 2A_\lambda \cdot \{m(R) + d(R) + \dots + d[R + (\lambda - 1) \cdot R] - m_L(R + \lambda \cdot R)\}. \end{aligned} \quad (14)$$

根据二阶偏导数的定义,双重约束函数的二阶偏导数可以表示为

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 C(\mathbf{M}_{\text{noI}}, \lambda)}{\partial m(1) \partial m(j)} &= \begin{cases} 2 \cdot (A_0 + A_1 + \dots + A_\lambda), & j = 1 \\ 0, & \text{others} \end{cases}, \\ \frac{\partial^2 C(\mathbf{M}_{\text{noI}}, \lambda)}{\partial m(2) \partial m(j)} &= \begin{cases} 2 \cdot (A_0 + A_1 + \dots + A_\lambda), & j = 2 \\ 0, & \text{others} \end{cases}, \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 C(\mathbf{M}_{\text{noI}}, \lambda)}{\partial m(R) \partial m(j)} &= \begin{cases} 2 \cdot (A_0 + A_1 + \dots + A_\lambda), & j = R \\ 0, & \text{others} \end{cases}. \end{aligned} \quad (15)$$

令 $A_0 + A_1 + \dots + A_\lambda = A_\Sigma$,由于 $A_0, A_1, \dots, A_\lambda > 0$,则 $A_\Sigma > 0$ 。由此可见,双重约束函数 $C(\mathbf{M}_{\text{noI}}, \lambda)$ 的黑塞矩阵为

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 2A_\Sigma & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 2A_\Sigma & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 2A_\Sigma \end{bmatrix}, \quad (16)$$

依据矩阵正定的判定定理判定黑塞矩阵的正定性,即矩阵左上角各阶顺序主子式的行列式均大于零,则矩阵正定^[39]。双重约束函数 $C(\mathbf{M}_{\text{noI}}, \lambda)$

的黑塞矩阵的各阶顺序主子式的行列式可以表示为

$$|H_{i \times i}| = (2A_s)^i > 0, i = 1, 2, \dots, R. \quad (17)$$

可见, 双重约束函数 $C(M_{\text{noI}}, \lambda)$ 的黑塞矩阵左上角各阶顺序主子式的行列式均大于零, 满足判定定理, 所以, 双重约束函数的黑塞矩阵正定。由上述

内容可知, 双重约束函数存在二阶连续偏导数, 满足凸函数判定定理, 因此, 双重约束函数为凸函数, 函数 $C(M_{\text{noI}}, \lambda)$ 存在最小值。

4.4 无重叠图像期间颤振最优估计的筛选

求取双重约束函数取最小值点的问题属于非线性最小值范畴, 目标函数为

$$\min[C(M_{\text{noI}}, \lambda)] = \min \left\{ \frac{\sum_{r=1}^R [m(r) - m_L(r)]^2}{\sum_{r=1}^{R_1} m_L(r)^2} + \frac{\sum_{r=1}^R [m(r) + d(r) - m_L(r + R)]^2}{\sum_{r=1}^{R_1} m_L(r + R)^2} + \dots + \frac{\sum_{r=1}^R \{m(r) + d(r) + \dots + d[r + (\lambda - 1) \cdot R] - m_L(r + \lambda \cdot R)\}^2}{\sum_{r=1}^R m_L(r + \lambda \cdot R)^2} \right\}. \quad (18)$$

选取收敛速率和运算量均居中的共轭梯度法, 求解双重约束函数的最小值点, 并以该最小值点作为无重叠图像期间颤振的最优估计 $\hat{M}_{\text{noI}}$:

$$\hat{M}_{\text{noI}} = M_{\text{noI}} | \min[C(M_{\text{noI}}, \lambda)]. \quad (19)$$

关于无重叠图像期间颤振估计误差的分析, 作者将在后续工作中展开研究。

5 实验及结果分析

5.1 实验数据及结果

由于 XX-1 号可见光详查相机在轨成像期间颤

振的真值未知, 且现有算法无法检测无重叠图像期间的颤振, 进而无法通过直接对比手段分析无重叠图像期间颤振探测结果的有效性。采用如图 4 所示的实验方案, 间接地测试无重叠图像期间颤振探测结果的有效性。利用相机在轨运行期间的遥感图像和工程参数, 估计该相机在无重叠图像期间的颤振状态, 进而根据本文建立的有、无重叠图像期间的颤振关系式, 计算重叠图像期间的颤振值, 通过与现有算法对比, 分析重叠图像期间的颤振计算结果的有效性, 进而推测所提出的无重叠图像期间的颤振估计算法的有效性。

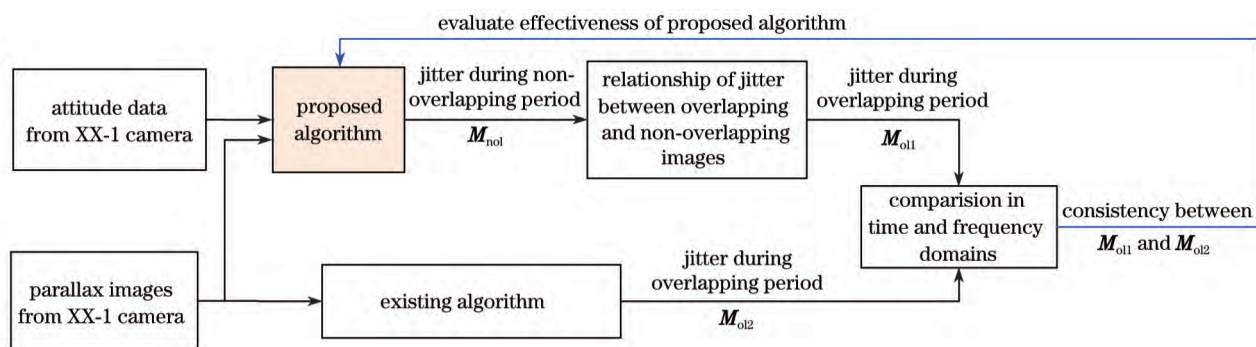


图 4 实验方案框图

Fig. 4 Block diagram of experimental scheme

XX-1 号可见光详查相机焦面上存在五片 CCD 交错拼接排布, 如图 5 所示, 相邻两片 CCD 的间隔 $L = 3480$ lines, 行扫描时间的典型值为 $T_r = 65 \mu\text{s}$, 则无重叠图像期间分布在每次成像最初的 226.2 ms 以内 ($65 \mu\text{s} \times 3480 = 226.2 \text{ ms}$), 每次连续拍摄时长 $T \approx 30 \text{ s}$, 卫星每 512 ms 更新一

次工程参数。

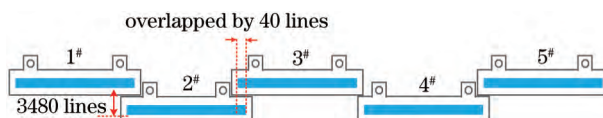


图 5 XX-1 空间相机的焦面排布

Fig. 5 Layout of focal planes for XX-1 space camera

尽管焦面上存在五片 CCD,但是并非都适合于探测颤振。颤振探测误差与所选取的图像质量有关,而每片 CCD 的行扫描速度与其所在位置的像移速度的匹配度,是决定 CCD 成像质量的关键,往往选取像移速度与行扫描速度匹配度最高的 CCD 用于颤振探测。实际上,焦面上不同位置处的像移速度存在差异,若根据某片 CCD 所在位置的像移速度,统一调整所有 CCD 的行扫描时间,则会导致其余 CCD 的行扫描速度与其所处位置的像移速度存在偏差,成像质量降低。而 XX-1 号可见光详查相机通常根据位于视场中间的 3[#] CCD 所在位置的像移速度,调整五片 CCD 的行扫描时间,可见,3[#] CCD 的行扫描速度与其所在位置的像移速度匹配度最高,成像质量最优,为此,选取 3[#] CCD 及其相邻的 4[#] CCD 所成图像用于颤振探测。

通过剔除 3[#] CCD 的最初 3480 行和 4[#] CCD 的最后 3480 行图像,提取重叠部分,每 40 行图像为一个单元,以 10 pixel $\times$ 10 pixel 邻域为模板,在待配准图像中以 20 pixel $\times$ 20 pixel 邻域为遍历范围,采用基于互相关的粗匹配和曲面拟合精匹配相结合的方法进行配准处理,得到垂轨方向的成像位置差的离散点列,如图 6(a)所示。值得注意的是,成像位置差离散点列中存在线性分量,这是由 3[#] CCD 和 4[#] CCD 所在位置的像移速度存在差异导致的,通过一阶多项式拟合剔除线性分量,利用中值滤波消除毛刺,处理后的成像位置差离散点列如图 6(b)所示。

成像位置差离散点列的采样周期为 2.6 ms ($40 \times 65 \mu\text{s} = 2.6 \text{ ms}$),对应的采样频率为 384 Hz,根据奈奎斯特采样定理,最高可还原 192 Hz 以内的成像位置差信息,利用所提算法对成像位置差离散点列处理后,所得到的颤振离散点列中两点之间的时间分辨率并没有降低,因此可检测到的颤振频率最高可以达到 192 Hz。根据工程参数以及上述成像位置差离散点列构建双重约束函数,利用共轭梯度法求解无重叠图像[0,226.2 ms]期间的颤振,如图 7 所示。

根据有、无重叠图像期间颤振的定量关系式,以及无重叠图像期间的颤振估计结果,计算重叠图像期间的颤振,两者共同构成了一次拍摄任务期间垂轨方向的颤振探测结果,同时,利用现有算法从视差图像中提取重叠图像期间垂轨方向的颤振信息。

由于卫星控制中心每 512 ms 为 XX-1 号可见

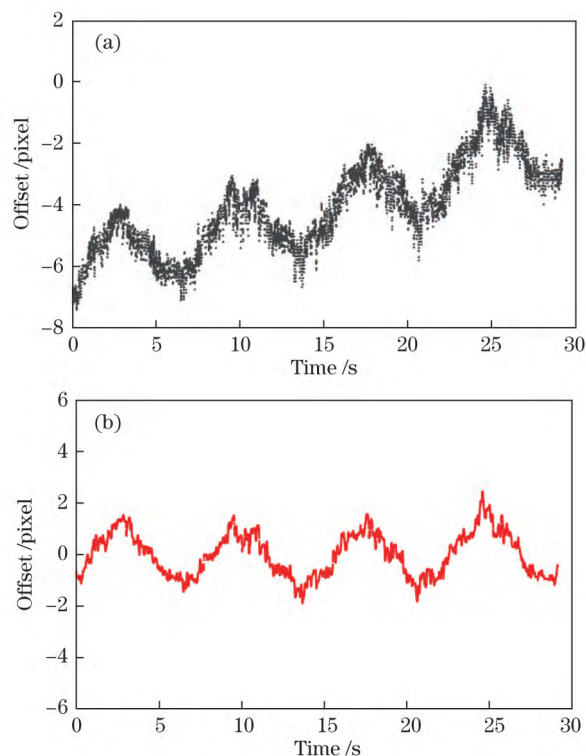


图 6 成像位置差离散时间序列。(a)原始数据;
(b)线性补偿及中值滤波后的数据

Fig. 6 Discrete time series of imaging position difference.
(a) Original data; (b) after linear compensation and median filtering

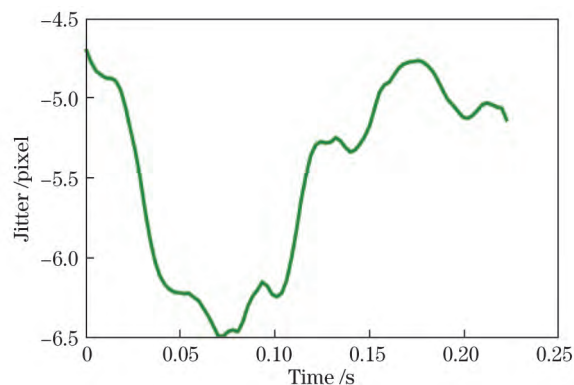


图 7 无重叠图像期间的颤振估计结果

Fig. 7 Results of jitter estimation during period of non-overlapping images

光详查相机更新一次工程参数,根据奈奎斯特采样定理,以该工程参数最高可以检测到 0.98 Hz 的颤振信息。此外,根据上述分析,本实验从视差图像中最高可还原 192 Hz 的颤振。因此,本文将垂轨方向的颤振探测结果分为两个频段:0~0.98 Hz 和 0.98~192 Hz。

在 0~0.98 Hz 频段内,通过对比两种算法颤振探测结果与姿态数据的一致性,分析所提算法在 0~

0.98 Hz 频段内的有效性。从图 8(a)可以看出,所提算法和现有算法在垂轨方向的颤振探测结果与姿态数据之间都存在一定偏差,但整体走势基本吻合。颤振的频率成分应和成像位置差保持一致,从图 8(b)可知,两种算法的颤振峰值均位于 0.12 Hz 和 0.56 Hz,与成像位置差的峰值频率相同,符合理论分析结论。如表 1 所示,在 0.12 Hz 处,相比于现有算法 5.65 pixels 的颤振幅值,所提算法测得的颤振幅值为 6.00 pixels,与幅值为 6.56 pixels 的姿态数据更接近。姿态数据中不包含 0.56 Hz 颤振,这是由于卫星控制中心虽然每 512 ms 提供一次工程参数,但是大部分情况下连续两次提供的工程参数完全相同,导致实际上从姿态数据中仅能提取 0.49 Hz 以内的颤振信息。在 0.56 Hz 处,两种算法的颤振幅值分别为 0.22 pixels 和 0.24 pixels,略有差异。整体而言,在 0~0.98 Hz 的低频段,所提算

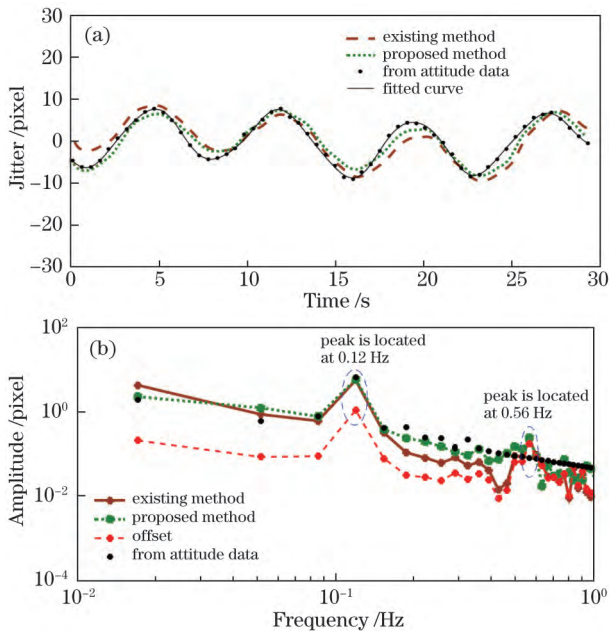


图 8 0~0.98 Hz 频段的颤振探测结果。(a)时域;(b)频域
Fig. 8 Results of jitter detection within frequency band of 0~0.98 Hz. (a) Time-domain; (b) frequency-domain

表 1 0~0.98 Hz 频段的颤振频率及幅值

Table 1 Detected jitter frequencies and corresponding amplitudes within frequency band of 0~0.98 Hz

Experimental data and result	Peak frequency /Hz	Peak amplitude /pixel
Attitude data	0.12	6.56
Offset	0.12, 0.56	-
Jitter from existing method	0.12, 0.56	5.65, 0.24
Jitter from proposed method	0.12, 0.56	6.00, 0.22

法与现有算法均检测到 0.12 Hz 和 0.56 Hz 处的颤振信息,且所提算法测得的 0.12 Hz 处的幅值与姿态数据更为接近,虽然 0.56 Hz 处的颤振幅值与现有算法的计算结果略有差异,但颤振曲线整体基本吻合,能够证明所提算法在 0~0.98 Hz 频段内颤振探测的有效性。

在 0.98~192 Hz 频段内,从图 9(a)可以看出,所提算法和现有算法的颤振差异较大,从图 9(b)的幅频曲线可知,两种算法的颤振幅值均出现了明显的峰值点,且峰值所处的频率比较接近,但幅值差异较大,从局部放大图可以看出,在非峰值频率处,两种方法所测的颤振幅值基本吻合。因此,有必要对颤振幅频曲线中的峰值进一步讨论。

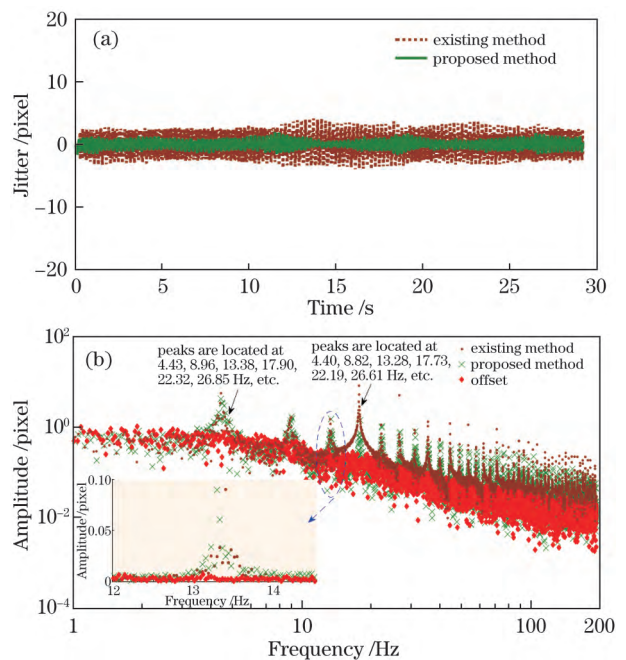


图 9 0.98~192 Hz 频段的颤振探测结果。
(a)时域;(b)频域

Fig. 9 Results of jitter detection within frequency band of 0.98~192 Hz. (a) Time-domain; (b) frequency-domain

5.2 颤振幅频曲线的峰值分析

为了分析颤振幅频曲线中峰值出现的原因,进一步分析(1)式所示的颤振与成像位置差之间的函数关系式。现有文献已经证明,颤振能够利用多级三角函数叠加的形式模拟^[24,31-33],为此,将颤振表示为

$$m(t) = \sum_{k=1}^K A_k \sin(2\pi f_k t + \theta_k), \quad (20)$$

式中 f_k , A_k 和 δ_k 分别为颤振第 k 级三角函数的频率、幅值和初相位。成像位置差同样可以利用三角函数叠加的形式表示^[24]:

$$d(t) = \sum_{k=1}^K A'_k \sin(2\pi f'_k t + \theta'_k), \quad (21)$$

式中 f'_k , A'_k 和 θ'_k 分别为成像位置差第 k 级三角函数的频率、幅值和初相位。根据(1)式推导颤振和成像位置差的幅值之间的函数关系式:

$$A_k = \frac{A'_k}{|2\sin(\pi \cdot \Delta t \cdot f_k)|}, k=1, 2, \dots, K, \quad (22)$$

值得注意的是, (22) 式分母不为零, 是从视差图像的成像位置差信息中反演颤振的前提条件, 即颤振的频率成分 f_k 需满足:

$$f_k \neq \frac{n}{\Delta t}, n=1, 2, \dots, \quad (23)$$

定义相邻两片 CCD 对同一目标的成像时间间隔 Δt 的倒数为这两片 CCD 的特征频率 F , 即

$$F = \frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{T_r \times L}, \quad (24)$$

式中, T_r 为 CCD 的行扫描时间, L 为两片 CCD 之间的间隔行数。进而可得:

$$f_k \neq n \cdot F, n=1, 2, \dots, \quad (25)$$

可见, 从视差图像中难以探测到特征频率整数倍处的颤振信息。不仅如此, 当颤振的频率接近特征频率整数倍时, 即

$$f_k = (n + \Delta n) \cdot F, \Delta n \rightarrow 0, \quad (26)$$

(22) 式所示的颤振幅值可以进一步化简为

$$A_k = \frac{A'_k}{|2\sin[\pi \cdot \Delta t \cdot F(n + \Delta n)]|} = \frac{A'_k}{|2\sin[\pi \cdot (n + \Delta n)]|} = \left| \frac{1}{2\sin(\Delta n \cdot \pi)} \right| \cdot A'_k. \quad (27)$$

在图像质量和内容丰富度相同的情况下, 不同频率处的成像位置差由统一的图像配准方法得到, 可以近似认为不同频率处成像位置差的幅值误差相同, 均用 δ 表示, 根据误差合成公式, 由该误差引起的颤振幅值误差 δ' 可以表示为

$$\delta' = \left| \frac{1}{2\sin(\Delta n \cdot \pi)} \right| \cdot \delta \gg \delta, \Delta n \rightarrow 0. \quad (28)$$

可见, 当频率接近特征频率的整数倍时, 颤振和成像位置差之间的误差传递系数远大于 1, 对成像位置差的误差起到显著放大作用, 导致颤振误差明显增加。

对于 XX-1 号可见光详查相机而言, 特征频率 F 约为 4.42 Hz ($1/(65 \mu s \times 3480) \approx 4.42$ Hz), 意味着 4.42 Hz 整数倍处的颤振难以探测, 且 4.42 Hz 整数倍附近的颤振误差显著增加, 这解释了图 9(b) 中所

提算法和现有算法分别在 4.43、8.96、13.38、4.40、8.82、13.28 Hz 等频率处出现明显峰值的原因。

6 结 论

重叠图像是从相邻两片 CCD 拼接区所成视差图像中提取颤振的基本前提, 然而, 在推扫卫星的每次拍摄任务中, 并非自始至终都能获得重叠图像, 对于重叠图像阶段而言, 无重叠图像阶段虽然持续时间较短, 但是处于每次拍摄任务的起始阶段, 准确地探测无重叠图像期间的颤振状态, 对于在轨拍摄初期实时颤振补偿或地面后期图像颤振补偿而言都是必不可少的。为此, 提出了基于双重约束函数的无重叠图像期间的颤振探测算法, 并以 XX-1 号可见光详查相机为对象进行颤振探测实验, 可以得到以下结论。

1) 在 0~0.98 Hz 的低频段, 所提算法与现有算法均检测到了 0.12 Hz 和 0.56 Hz 处的颤振信息, 且所提算法测得的 0.12 Hz 处的幅值与姿态数据更为接近, 虽然 0.56 Hz 处的颤振幅值与现有算法的计算结果略有差异, 但颤振曲线整体基本吻合, 能够证明所提算法在 0~0.98 Hz 频段内颤振探测的有效性。在 0.98~192 Hz 的高频段, 所提算法与现有算法均存在特征频率整数倍及其附近的颤振难以准确探测的问题, 而其他频率处两种算法的颤振幅值基本相同。以上分析表明在非特征频率整数倍及其附近处, 所提算法的颤振探测结果是有效的。

2) 提出了无重叠图像期间的颤振估计算法, 并推导了重叠图像期间的颤振与无重叠图像期间的颤振之间的函数关系式, 进而计算重叠图像期间的颤振, 有、无重叠图像期间的颤振拼接形成了全局颤振, 但无重叠图像期间的颤振估计结果, 是全局颤振的核心数据。根据 1) 中的分析结论, 在非特征频率整数倍及其附近处, 颤振探测结果具备有效性, 能够反推出无重叠图像期间的颤振探测算法, 在非特征频率整数倍及其附近处颤振探测具有有效性。

综上所述, 所提出的基于双重约束函数的无重叠图像期间的颤振探测算法, 能够对非特征频率整数倍及其附近处的颤振进行有效探测, 作者将在后续的研究中针对无重叠图像期间的颤振探测误差、以及特征频率整数倍及其附近处的颤振探测方法展开研究。

参 考 文 献

- [1] Mattson S, Robinson M, McEwen A, et al. Early

- assessment of spacecraft jitter in LROC-NAC[C]//41st Lunar and Planetary Science Conference, March 1-5, 2010, Woodlands, Texas, USA. Houston: Lunar and Planetary Institute, 2010: 1871.
- [2] Teshima Y, Iwasaki A. Correction of attitude fluctuation of terra spacecraft using ASTER/SWIR imagery with parallax observation[J]. IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing, 2007, 46(1): 222-227.
- [3] Tong X H, Ye Z, Xu Y S, *et al.* Framework of jitter detection and compensation for high resolution satellites[J]. Remote Sensing, 2014, 6(5): 3944-3964.
- [4] Sun Y. On-orbit platform jitter effect on image quality of high-resolution remote sensor[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2013: 23-25.
- 孙阳. 卫星平台在轨颤振对高分辨率遥感器成像质量影响的研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2013: 23-25.**
- [5] Tong X H, Ye Z, Liu S J. Essential technology and application of jitter detection and compensation for high resolution satellites[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2017, 46(10): 1500-1508.
- 童小华, 叶真, 刘世杰. 高分辨率卫星颤振探测补偿的关键技术方法与应用[J]. 测绘学报, 2017, 46(10): 1500-1508.**
- [6] Zhao G X. The camera platform flutter analysis of the influence of high-resolution optical remote sensing imaging[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2015.
- 赵光旭. 相机平台颤振对高分辨率光学遥感成像的影响分析[D]. 成都: 西南交通大学, 2015.**
- [7] Tong X H, Ye Z, Li L Y, *et al.* Detection and estimation of along-track attitude jitter from Ziyuan-3 three-line-array images based on back-projection residuals[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2017, 55(8): 4272-4284.
- [8] Liu S J, Tong X H, Ye Z, *et al.* Detection of satellite attitude jitter based on image processing[C]//AGU Fall Meeting, Dec. 15-19, 2014, San Francisco, USA. Washington D C: American Geophysical Union, 2014: IN11A-3605.
- [9] Takaku J, Tadono T. High resolution DSM generation from ALOS prism-processing status and influence of attitude fluctuation[C]//2010 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, July 25-30, 2010, Honolulu, HI, USA. New York: IEEE, 2010: 4228-4231.
- [10] Sabielhaus P, Bolek J, Scott S, *et al.* On-orbit ACDS performance of the Landsat 7 spacecraft[C]//24th Conference of Guidance and Control, Jan. 31-Feb. 4, 2001, Breckenridge, CO, USA. San Diego: American Astronautical Society, 2001: AAS-01-077.
- [11] Wang M, Fan C, Pan J, *et al.* Image jitter detection and compensation using a high-frequency angular displacement method for Yaogan-26 remote sensing satellite[J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2017, 130: 32-43.
- [12] Liu S J, Tong X H, Wang F X, *et al.* Attitude jitter detection based on remotely sensed images and dense ground controls: a case study for Chinese ZY-3 satellite[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2016, 9(12): 5760-5766.
- [13] Jiang Y H, Zhang G, Tang X M, *et al.* Detection and correction of relative attitude errors for ZY1-02C[J]. IEEE Transactions on Geoscience & Remote Sensing, 2014.
- [14] Gwinner K, Scholten F, Preusker F, *et al.* Topography of Mars from global mapping by HRSC high-resolution digital terrain models and orthoimages: characteristics and performance[J]. Earth and Planetary Science Letters, 2010, 294(3/4): 506-519.
- [15] Mattson S, Bartels A, Boyd A, *et al.* Continuing analysis of spacecraft jitter in LROC-NAC[J]. American Naturalist, 2011, 152(3): 321-337.
- [16] Mattson S, Boyd A, Kirk R L, *et al.* HiJACK: correcting spacecraft jitter in HiRISE images of Mars[J]. Health Management Technology, 2009, 33(5): A162.
- [17] Iwasaki A. Detection and estimation satellite attitude jitter using remote sensing imagery[M]//Iwasaki A. eds. Advances in spacecraft technologies. advances in spacecraft technologies. London: InTech, 2011: 41-46.
- [18] Tong X H, Li L Y, Liu S J, *et al.* Detection and estimation of ZY-3 three-line array image distortions caused by attitude oscillation[J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2015, 101(10): 291-309.
- [19] Tong X H, Xu Y S, Ye Z, *et al.* Attitude oscillation detection of the ZY-3 satellite by using multispectral parallax images[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2015, 53(6): 3522-3534.
- [20] Sun T, Long H, Liu B C, *et al.* Application of attitude jitter detection based on short-time asynchronous images and compensation methods for Chinese mapping satellite-1[J]. Optics Express, 2015, 23(2): 1395.
- [21] Huang L, Sun T, Zhang T T, *et al.* Application of DIROEF algorithm for noncollinear multiple CCD

- array stitching of the Chinese mapping satellite 1-02[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2017, 14(4): 519-523.
- [22] Li Y C, Dong J H, Li W, *et al.* Detailed analysis of the HIRISE FPA[J]. Key Engineering Materials, 2013, 552: 64-68.
- [23] Jiao S J, Fu D Y. An overview of the remote sensors of Chinese ZY-1 satellite; CCD camera and multi-spectral scanner[C]//Proceedings of 2001 International Conferences on Info-Tech and Info-Net, Oct. 29-Nov. 1, 2001, Beijing, China, New York: IEEE, 2001: 6-11.
- [24] McEwen A S, Banks M E, Baugh N, *et al.* The high resolution imaging science experiment (HiRISE) during MRO's primary science phase (PSP)[J]. Icarus, 2010, 205(1): 2-37.
- [25] Toyoshima M, Takayama Y, Kunimori H, *et al.* In-orbit measurements of spacecraft microvibrations for satellite laser communication links[J]. Optical Engineering, 2010, 49(8): 083604.
- [26] Park G, Lee D O, Han J H. Development of multi-degree-of-freedom microvibration emulator for efficient jitter test of spacecraft[J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2014, 25(9): 1069-1081.
- [27] Prashant A R, Madheswaran M, Kartik V, *et al.* System development for micro vibration measurements on spacecrafts[C]//2016 International Conference on Control, Instrumentation, Communication and Computational Technologies (ICCICCT), Dec. 16-17, 2016, Kumaracoil, India, New York: IEEE, 2016: 98-103.
- [28] He S, Xu Z B, Wang X M, *et al.* Design and testing of a parallel manipulator for space micro-vibration simulation[M]//He S, Xu Z B, Wang X M, *et al.* eds. Towards autonomous robotic systems. Cham: Springer International Publishing, 2017: 86-100.
- [29] Wang J Q, Yu P, Yan C X. Space optical remote sensor image motion velocity vector computation modeling[J]. Acta Optica Sinica, 2005, 24(12): 1585-1589.
- 王家骥, 于平, 颜昌翔, 航天光学遥感器像移速度矢计算数学模型[J]. 光学学报, 2005, 24(12): 1585-1589.**
- [30] Wang J, Yu P, Yan C, *et al.* Space optical remote sensor image motion velocity vector computational modeling, error budget and synthesis[J]. Chinese Optics Letters, 2005, 3(7): 414-417.
- [31] Liu H Q, Yan D J, Wang D, *et al.* Space camera image motion model analysis caused by spacecraft vibration[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(6): 0612001.
- 刘海秋, 闫得杰, 王栋, 等. 飞船振动引起的空间相机像移模型分析[J]. 光学学报, 2014, 34(6): 0612001.**
- [32] Schwind P, Müller R, Palubinskas G, *et al.* An in-depth simulation of EnMAP acquisition geometry[J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2012, 70: 99-106.
- [33] Venkateswaran N, Goel P S, Siva M S, *et al.* Precision pointing of imaging spacecraft using gyro-based attitude reference with horizon sensor updates[J]. Sadhana, 2004, 29(2): 189-203.
- [34] Liu H Q, Xu S Y, Wang D, *et al.* Space camera image motion measurement based on images from time delayed integration sensors overlapped area[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(2): 0212001.
- 刘海秋, 徐抒岩, 王栋, 等. 基于空间相机时间延迟积分传感器拼接区图像的像移测量[J]. 光学学报, 2014, 34(2): 0212001.**
- [35] Liu H Q. High resolution space camera image motion measurement based on images from TDICCD overlapping area[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2015: 2-3.
- 刘海秋. 基于 TDICCD 拼接区图像的高分相机像移测量研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2015: 2-3.**
- [36] Jiang D, Deng X P, Wu J, *et al.* Application of geometric extended Kalman filtering algorithm in satellite attitude determination system[J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2016, 35(9): 156-160.
- 江丹, 邓新蒲, 吴京, 等. 几何扩展卡尔曼滤波算法在卫星姿态确定系统中的应用[J]. 传感器与微系统, 2016, 35(9): 156-160.**
- [37] Wikipedia. Convex function[EB/OL]. [2019-01-18]. https://en.wikipedia.org/wiki/Convex_function.
- [38] Wikipedia. Hessian matrix[EB/OL]. [2019-01-12]. https://en.wikipedia.org/wiki/Hessian_matrix.
- [39] Wikipedia. Definiteness of a matrix[EB/OL]. [2019-01-18]. https://en.wikipedia.org/wiki/Positive-definite_matrix.