

# Super-twisting 扩张状态观测器在四旋翼飞行器故障重构中的应用

宫 勋, 付云博, 姜良旭, 曹 策, 郭同健

(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033)

**摘 要:** 针对四旋翼飞行器姿态控制系统的故障重构问题, 提出一种基于 super-twisting 算法的扩张状态观测器, 以扩张状态的形式对飞行器执行机构故障进行直接估计, 同时实现了旋翼增益故障的故障隔离与精确重建。为抑制外部扰动对观测器稳定性的影响, 一般需要将观测器的增益设置较大, 但同时会引发噪声扩展问题。因此引入了观测器参数的自适应调整算法, 在保证观测器稳定收敛的同时降低了噪声对故障重构精度的影响。此外, 基于李雅普诺夫方法证明了滑模观测器的渐近收敛特性, 并通过数值仿真验证了观测器对故障重构的有效性。仿真结果表明所构建的故障观测器能够迅速地对执行机构故障做出反应, 并在外界扰动存在的情况下对故障程度实现准确估计。

**关键词:** 四旋翼飞行器; 故障重构; 扩张状态观测器; super-twisting 算法

中图分类号: V 249. 122

文献标志码: A

DOI: 10. 3969/j. issn. 1001-506X. 2020. 09. 25

## Application of super-twisting extended state observer in fault reconfiguration of quadrotor aircraft

GONG Xun, FU Yunbo, JIANG Liangxu, CAO Ce, GUO Tongjian

(Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

**Abstract:** According to the fault reconfiguration problem of the attitude control system of quadrotor aircraft, an extended state observer based on super-twisting algorithm is proposed. The fault of aircraft actuator is estimated directly by the extended state type, and the fault isolation and accurate reconstruction of the gain fault of driving unit are realized. In order to suppress the influence of the external disturbances on observer stability, it is generally necessary to set the observer's gain to a large extent, but it often leads to noise expansion. An adaptive adjusting algorithm of observer parameters is introduced to ensure the stable convergence of the observer and reduce the influence of the noise on the accuracy of fault reconstruction. In addition, the asymptotic convergence of the sliding mode observer is proved based on the Lyapunov method, and the effectiveness of the observer for fault reconstruction is verified by the numerical simulation. The simulation result shows that the constructed fault observer responds to the actuator fault quickly. And in the presence of external disturbance, the fault degree is estimated accurately.

**Keywords:** quadrotor aircraft; fault reconfiguration; extended state observer (ESO); super-twisting algorithm

## 0 引 言

四旋翼飞行器<sup>[1-4]</sup>属于一种微小型旋翼式无人飞行器,

具有外形简单、结构紧凑、灵活机动等优点, 已被广泛应用于执行各类实际任务。由于空中环境不可预知的变化以及元器件的磨损或老化, 其在飞行过程中比较容易发生故障,

收稿日期: 2019-07-09; 修回日期: 2020-01-11; 网络优先出版日期: 2020-04-10。

网络优先出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2422.TN.20200410.1832.002.html>

基金项目: 国家自然科学基金青年基金(61304017); 吉林省科技厅青年基金(11372309)资助课题

引用格式: 宫勋, 付云博, 姜良旭, 等. Super-twisting 扩张状态观测器在四旋翼飞行器故障重构中的应用[J]. 系统工程与电子技术, 2020, 42(9): 2077-2084.

**Reference format:** GONG X, FU Y B, JIANG L X, et al. Application of super-twisting extended state observer in fault reconfiguration of quadrotor aircraft[J]. Systems Engineering and Electronics, 2020, 42(9): 2077-2084.

带来重大的经济损失甚至地面人员伤亡。因此,需要在故障发生之后第一时间能够检测到故障的发生甚至估计出故障的程度。目前关于四旋翼飞行器故障检测与重构的研究已取得了一定的研究成果<sup>[5-8]</sup>。

当前针对四旋翼飞行器故障检测的研究大多基于滑模观测器<sup>[9-14]</sup>的方法,通过观测飞行器姿态角数据与高度数据的变化对故障情况进行监控。而在实际情况下,飞行器携带的高度测量设备(包括超声波、气压计、全球定位系统等),都具有数据帧频低、测量精度差等缺点,严重影响了故障检测算法在实际情况下的应用效果。而用来测量实时角速度的陀螺仪,是飞行器上安装的响应最快、精度最高的测量设备,因此本文将陀螺仪反馈的角速度作为观测状态量构建故障观测器。由于四旋翼飞行器 4 组执行机构相对于 3 个方向的姿态角速度反馈具有输入冗余特性,传统滑模观测器方法难以用来实现重构故障,本文引入一种扩张状态观测器(extended state observer, ESO)作为故障观测器,将执行机构故障作为扩张的状态直接进行估计,并利用系统的输入耦合特性将故障重构到具体的执行器上。

ESO 是自抗扰控制器(active disturbance rejection control, ADRC)系统<sup>[15]</sup>的重要组成部分,可以较为精准地估计出系统当前的未知动态,估计量将被补偿到控制系统中,从而使控制系统的鲁棒性能得到有效提高<sup>[16-17]</sup>,并已被应用于四旋翼飞行器的控制系统当中<sup>[18-22]</sup>。由于非线性 ESO 的稳定性分析较为困难、参数整定也比较复杂,因此目前对 ESO 的研究主要集中在线性 ESO 上<sup>[23]</sup>。但相比线性 ESO,非线性 ESO 也有其独有的优势:在低频段跟踪效果更好,在零点附近稳定性更强,具有有限时间收敛特性。本文通过引入一种 super-twisting 算法<sup>[24-26]</sup>构建 ESO 观测器。这是一种非线性的二阶滑模算法,具有抗干扰能力强、有效抑制抖振等优点。目前对于这种非线性算法已经有了较为完备的稳定性证明<sup>[27-28]</sup>,可以在分析非线性 ESO 的稳定性时加以借鉴。此外,由于未知扰动与故障的动态特性难以提前获取,为维持 ESO 收敛常需要选取较大的观测器参数,这就会放大环境噪声的影响,降低重构精度。因此,本文引入观测器参数的自适应算法,实现无故障情况下,采用较小系数以降低噪声影响。出现故障之后,提高参数保证稳定收敛。最后,针对四旋翼飞行器姿态控制系统的冗余输入特性,提出了故障的解耦重构方法,并分析了未知扰动对重构精度的影响。

### 1 故障条件下的飞行器姿态动力学模型

四旋翼飞行器的结构如图 1 所示,其中坐标系  $Ox_b y_b z_b$  与  $Ox_e y_e z_e$  分别表示机体坐标系与地面坐标系; $\Omega_i, i=1, 2, 3, 4$  表示对应旋翼的转速,其中位于前方与后方的两个旋翼( $\Omega_1$  和  $\Omega_3$ )为逆时针旋转,纵向的两个旋翼( $\Omega_2$  和  $\Omega_4$ )则是沿顺时针方向转动。利用这种成对型的旋翼布局结

构,整套四旋翼驱动系统可以向飞行器提供所需的姿态控制力矩;当增加(或降低)纵向两旋翼的转速并且同时降低(或增加)横向两个旋翼的相同转速,飞行器可以实现期望的偏航转动。而飞行器的俯仰角则可以通过增加(降低)前方旋翼并降低(增加)后方旋翼同一个转速进行改变。滚转角控制方式与俯仰角类似,通过改变横向两个旋翼的转速实现控制。

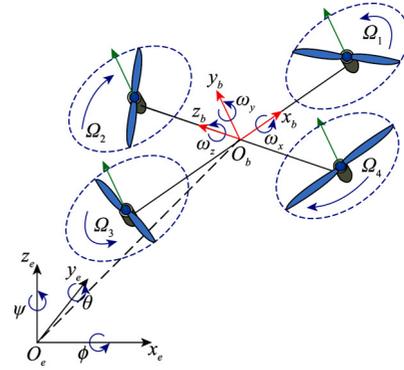


图 1 四旋翼飞行器结构

Fig. 1 Scheme of quadrotor aircraft

#### 1.1 飞行器姿态转动动力学分析

定义飞行器动量矩为

$$H = \text{diag}(I_x \omega_x, I_y \omega_y, I_z \omega_z)$$

式中,  $\omega = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$  表示角速度;  $I = [I_x, I_y, I_z]^T$  表示转动惯量。进而,由 Newton-Euler 方程可以得到飞行器的姿态转动动力学方程为

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\delta H}{\delta t} + \omega H = M + \Delta M \quad (1)$$

式中,向量  $M$  为由旋翼提供的合力矩,可以表示为

$$M = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} db_1(\Omega_1^2 - \Omega_2^2) \\ db_1(\Omega_3^2 - \Omega_4^2) \\ b_2(\Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_1^2 - \Omega_3^2) \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中,  $b_1$  为升力系数;  $b_2$  为反扭力矩系数;  $d$  为旋翼转轴到飞行器机体中心的距离;  $\Delta M = [\Delta M_1, \Delta M_2, \Delta M_3]^T$  为未知的扰动力矩。

#### 1.2 旋翼故障对飞行器姿态运动的影响

本文主要针对旋翼增益型故障的重构问题进行研究,这种故障一般是指某个旋翼面出现了部分损伤,而只能提供一部分期望升力,可由乘法算式表示为

$$\Omega_i^2 = f_i(t) \Omega_{ic}^2, \quad i=1, 2 \quad (3)$$

式中,  $\Omega_{ic}$  表示控制系统向旋翼  $i$  发出的指令转速;故障系数  $f_i$  表示旋翼  $i$  发生故障的程度,当  $f_i = 0$  时,表示“完全失效”故障,当  $f_i = 1$  时,表示无故障发生,当  $0 < f_i < 1$  时,表示“增益型”故障。因此,可以在飞行器的动力学模型中加入一个  $4 \times 4$  的对角矩阵函数  $F(t)$  来表示各个旋翼可能出现的故障情况,且其满足条件:

$$F(t) = \begin{cases} \text{diag}(1, 1, 1, 1), & t < T_0 \\ \text{diag}(f_1, f_2, f_3, f_4), & t \geq T_0 \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $T_0$  表示发生故障的时间。将式(2)~式(4)代入式(1), 就可以得到存在旋翼故障与未知扰动时飞行器的姿态运动动力学模型为

$$J \begin{bmatrix} \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_x \omega_x \\ I_y \omega_y \\ I_z \omega_z \end{bmatrix} + Bu + g(t) \quad (5)$$

式中,  $u = [\Omega_1^2, \Omega_2^2, \Omega_3^2, \Omega_4^2]^T$  表示旋翼转速的输入;  $g(t) = J^{-1}(-B(I-F)u + \Delta M)$  表示包含故障在内的综合扰动;  $J = \text{diag}(I_x, I_y, I_z)$  表示转动惯量矩阵; 而输入矩阵  $B$  可表示为

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -db_1 & 0 & db_1 \\ -db_1 & 0 & db_1 & 0 \\ -b_2 & b_2 & -b_2 & b_2 \end{bmatrix}$$

## 2 旋翼故障诊断

### 2.1 基于 super-twisting 算法的 ESO

针对状态变量为  $x = [x_1, x_2]^T$  的二阶系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2, t) \end{cases} \quad (6)$$

定义观测器的状态变量  $z = [z_1, z_2]^T$ , 构造二阶 ESO<sup>[9]</sup> 为

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - g_1(z_1 - x_1(t)) \\ \dot{z}_2 = -g_2(z_1 - x_1(t)) \end{cases} \quad (7)$$

式中, 基于 super-twisting 算法<sup>[19]</sup> 构建的非线性函数  $g_1(\cdot)$  和  $g_2(\cdot)$  可以表示为

$$\begin{cases} g_1(\cdot) = k_1 |z_1 - x_2|^{1/2} \text{sign}(z_1 - x_2) \\ g_2(\cdot) = k_2 \text{sign}(z_1 - x_2) \end{cases} \quad (8)$$

构建李雅普诺夫函数

$$V(e) = 2k_2 |e_1| + \frac{1}{2} e_2^2 + \frac{1}{2} (k_1 |z_1|^{1/2} \text{sign}(e_1) - e_2)^2 = \zeta^T P \zeta \geq 0 \quad (9)$$

式中,

$$e = [e_1, e_2]^T = [z_1 - x_1, z_2 - x_2]^T$$

$$\zeta = [|e_1|^{1/2} \text{sign}(e_1), e_2]^T$$

$$P = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4k_2 + k_1^2 & -k_1 \\ -k_1 & 2 \end{bmatrix}$$

由文献[19]可知, 当函数  $f(x_1, x_2, t)$  满足有界条件时, 选择适当参数  $k_1$  和  $k_2$  能够保证观测误差  $e$  在有限时间内收敛到零。

### 2.2 四旋翼飞行器的自适应二阶滑模故障观测器

定义观测器状态量  $\hat{\omega} = [\hat{\omega}_x, \hat{\omega}_y, \hat{\omega}_z]^T$  以及观测误差  $\varepsilon = \omega - \hat{\omega}$ , 构建飞行器执行机构的故障重构观测器为

$$\begin{cases} J \begin{bmatrix} \dot{\hat{\omega}}_x \\ \dot{\hat{\omega}}_y \\ \dot{\hat{\omega}}_z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_x \omega_x \\ I_y \omega_y \\ I_z \omega_z \end{bmatrix} - J \begin{bmatrix} k_x(t) \varepsilon_x \text{sign}(\varepsilon_x) \\ k_y(t) \varepsilon_y \text{sign}(\varepsilon_y) \\ k_z(t) \varepsilon_z \text{sign}(\varepsilon_z) \end{bmatrix} - \\ Jw + Bu \\ \dot{w} = - \begin{bmatrix} l_x(t) \text{sign}(\varepsilon_x) \\ l_y(t) \text{sign}(\varepsilon_y) \\ l_z(t) \text{sign}(\varepsilon_z) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (10)$$

式中,  $k_i$  ( $i = x, y, z$ ) 和  $l_i$  ( $i = x, y, z$ ) 表示观测器系数。由式(5)与式(10)可以得到关于观测误差  $\varepsilon$  的状态方程为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_x(t) \\ \dot{\varepsilon}_y(t) \\ \dot{\varepsilon}_z(t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_x(t) |\varepsilon_x|^{1/2} \text{sign}(\varepsilon_x) \\ k_y(t) |\varepsilon_y|^{1/2} \text{sign}(\varepsilon_y) \\ k_z(t) |\varepsilon_z|^{1/2} \text{sign}(\varepsilon_z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_x \\ \gamma_y \\ \gamma_z \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \dot{\gamma}_x(t) \\ \dot{\gamma}_y(t) \\ \dot{\gamma}_z(t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} l_x(t) \text{sign}(\varepsilon_x) \\ l_y(t) \text{sign}(\varepsilon_y) \\ l_z(t) \text{sign}(\varepsilon_z) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{g}_x(t) \\ \dot{g}_y(t) \\ \dot{g}_z(t) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (11)$$

式中,  $\gamma(t) = g(t) - w$  表示扰动的估计误差。由 super-twisting 算法的稳定性<sup>[17]</sup> 可知, 为保证在飞行器故障发生前后观测器都可以稳定收敛, 一般需要取较大的  $k_i$  与  $l_i$  值, 使得在没有故障或故障较小时环境噪声对观测精度的影响增加。因此, 在本节中引入  $k_i$  与  $l_i$  的自适应更新算法, 首先定义一个自适应变量  $\eta_i$  及其自适应函数:

$$\dot{\eta}_i = \begin{cases} \sqrt{|e_i|}/2\delta_i, & e_i > \bar{\eta}_i \\ 0, & e_i \leq \bar{\eta}_i \end{cases} \quad (12)$$

式中,  $\delta_i$  为设定的正系数。由于受到外界扰动的影响, 观测误差  $e_i$  不能保证精确收敛到零, 而是在零附近小幅振荡。如果没有设定门限值, 则会使得观测器系数  $k_i$  与  $l_i$  无限制地增大, 降低观测精度甚至导致观测器发散。而在式(12)中引入预设的门限值  $\bar{\eta}_i$ , 使得误差进入  $\bar{\eta}_i$  范围内后, 观测器参数将不再增大, 能够有效抑制参数过度增长带来的噪声放大等问题。进一步得到参数  $k_i$  的计算公式为

$$k_i = \frac{\eta_i}{2\delta_i \lambda_i} + 8 \frac{\delta_i^3}{\lambda_i} + 2\delta_i \quad (13)$$

$l_i$  的计算公式为

$$l_i = \frac{\eta_i}{2\lambda_i} + 8 \frac{\delta_i^4}{\lambda} + \frac{\lambda_i}{2} + 4\delta_i^2 \quad (14)$$

式中,  $\lambda_i$  为另一个预设的正系数。则由式(10)~式(14)可以得到如下定理。

**定理 1** 对于式(5), 当故障扰动函数  $g(t)$  的导数满足有界条件  $|\dot{g}_i(t)| \leq \zeta_i$  时, 构建式(10), 且由式(12)~式(14), 可以使得式(10)是渐进稳定的。

证明 定义滑模面

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |\varepsilon_x|^{1/2} \text{sign}(\varepsilon_x) \\ |\varepsilon_y|^{1/2} \text{sign}(\varepsilon_y) \\ |\varepsilon_z|^{1/2} \text{sign}(\varepsilon_z) \end{bmatrix} \quad (15)$$

则有  $|\sigma_i| = |e_i|^{1/2}$  以及  $\text{sign}(\sigma_i) = \text{sign}(e_i)$ 。定义扩张的状态量  $z = [\sigma, \gamma]^T$ , 且由式(10)与式(15)可以得到其状态方程为

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} \dot{\sigma} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{g}(\cdot) \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中, 矩阵  $A$  的系数为

$$\begin{cases} A_{11} = -\text{diag} \left[ \frac{k_x}{2|\sigma_x|}, \frac{k_y}{2|\sigma_y|}, \frac{k_z}{2|\sigma_z|} \right] \\ A_{21} = -\text{diag} \left[ \frac{l_x}{|\sigma_x|}, \frac{l_y}{|\sigma_y|}, \frac{l_z}{|\sigma_z|} \right] \\ A_{12} = \text{diag} \left[ \frac{1}{2|\sigma_x|}, \frac{1}{2|\sigma_y|}, \frac{1}{2|\sigma_z|} \right] \\ A_{22} = \mathbf{0} \end{cases}$$

构造李雅普诺夫函数为

$$V(z, \eta) = \frac{1}{2} \sum_{i=x,y,z} (\eta_i - \zeta_i^2 - 8\delta_i^2 \zeta_i)^2 + z^T P z \quad (17)$$

式中, 正定系数矩阵  $P$  的表达式为

$$P = \begin{bmatrix} \text{diag}(\lambda_i + 4\delta_i^2) & -2\text{diag}(\delta_i) \\ -2\text{diag}(\delta_i) & I_3 \end{bmatrix} \quad (18)$$

尽管  $V(z, \eta)$  在区间  $S = \{(\sigma, \gamma) \in \mathbb{R}^2 | \sigma = 0\}$  内不满足局部 Lipschitz 连续条件, 但由于状态轨迹  $\sigma(t)$  与  $\gamma(t)$  均为关于时间的绝对连续函数, 且  $V(z, \eta)$  在区间  $S$  外均为连续可导的。因此, 基于 Zubov<sup>[14]</sup> 仍可通过  $V(z, \eta)$  关于时间的导数特性分析其收敛性。

计算  $V(z, \eta)$  沿误差系统式(10)的导数可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(z, \eta) &= \sum_{i=x,y,z} (\eta_i - \zeta_i^2 - 8\delta_i^2 \zeta_i) \dot{\eta}_i + \dot{z}^T P z + z^T P \dot{z} = \\ &= \sum_{i=x,y,z} (\eta_i - \zeta_i^2 - 8\delta_i^2 \zeta_i) \frac{|\sigma_i|}{2\delta_i} + z^T (A^T P + P A) z + \\ &= [0 \quad \dot{g}(t)] P z + z^T P \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{g}(t) \end{bmatrix} \leq \\ &= -\frac{1}{|\sigma_i|} \left[ z^T \tilde{Q} z - \sum_{i=x,y,z} (\eta_i - \zeta_i^2 - 8\delta_i^2 \zeta_i) \frac{|\sigma_i|^2}{2\delta_i} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

式中, 系数矩阵  $\tilde{Q}$  的表达式为

$$\begin{cases} \tilde{Q}_{11} = \text{diag}(k_i \lambda_i + 4k_i \delta_i^2 - 4\delta_i l_i - 4\delta_i \zeta_i) \\ \tilde{Q}_{12} = \tilde{Q}_{21} = \text{diag} \left[ -\delta_i k_i + l_i - \frac{1}{2} \lambda_i - 2\delta_i^2 + \text{sign}(\gamma_i \sigma_i) \zeta_i \right] \\ \tilde{Q}_{22} = 2\text{diag}(\delta_i) \end{cases}$$

将式(12)代入式(19), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(z, \eta) &\leq -\frac{1}{|\sigma_i|} \sum_{i=x,y,z} \left[ \frac{\zeta_i^2}{2\delta_i} \sigma_i^2 + 2\zeta_i |\sigma_i \gamma_i| + 2\delta_i \gamma_i^2 \right] = \\ &= -\frac{1}{|\sigma_i|} z^T \hat{Q} z \leq 0 \end{aligned} \quad (20)$$

式中,

$$\hat{Q} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \text{diag}(\zeta_i^2 / \delta_i) & \text{diag}(\text{sign}(\gamma_i \sigma_i) \zeta_i) \\ \text{diag}(\text{sign}(\gamma_i \sigma_i) \zeta_i) & 2\delta_i \end{bmatrix}$$

为对称正定矩阵。由 LaSalle's 原理可知状态量  $z$  保证渐进收敛, 即  $t \rightarrow \infty$  时,  $\sigma \rightarrow 0$  且  $\gamma \rightarrow 0$ 。证毕

### 2.3 故障隔离与重构

由定理 1 可知, 变量  $\gamma$  将最终收敛到零, 进一步可得

$$Jw = -B(I-F)u + \Delta M \quad (21)$$

由于变量  $w \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ , 矩阵  $F \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$ , 因此不能直接通过逆矩阵计算直接得到故障系数  $f_i$  的估计值。分解式(21)可得

$$\begin{cases} I_x w_1 = \Delta M_1 + db_1(1-f_2)\Omega_2^2 - db_1(1-f_4)\Omega_4^2 \\ I_y w_2 = \Delta M_2 + db_1(1-f_1)\Omega_1^2 - db_1(1-f_3)\Omega_3^2 \end{cases} \quad (22)$$

即变量  $w_1$  只受到 2 号与 4 号旋翼的故障影响, 而变量  $w_2$  则只受到 1 号与 3 号旋翼的故障影响。选取  $w_1$  与  $w_2$  作为判断故障发生与位置的残差信号, 构建一个故障初步隔离算法:

$$\begin{cases} |w_1| > \bar{w}, & \text{2号或4号旋翼发生故障} \\ |w_2| > \bar{w}, & \text{1号或3号旋翼发生故障} \end{cases} \quad (23)$$

综上所述, 在式(10)的作用下, 将观测器输出与式(22)结合, 就可以实现在线的故障检测与初步定位。当  $|w_1| > \rho$ , 即故障发生在旋翼 2 或旋翼 4 上时, 有  $f_1 = f_3 = 1$ , 由式(21)可得

$$Jw = -\bar{B}_{24} \begin{bmatrix} (1-f_2)\Omega_2^2 \\ (1-f_4)\Omega_4^2 \end{bmatrix} + \Delta M \quad (24)$$

式中, 矩阵  $\bar{B}_{24} \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$  由输入矩阵  $B$  的第 2 列与第 4 列组成。由于矩阵  $G = [\bar{B}_{24}, I_3]$  的秩等于 3, 因此无法实现故障与扰动间的解耦重构, 只能得到故障的近似重构算法:

$$\begin{bmatrix} \bar{f}_2 \\ \bar{f}_4 \end{bmatrix} = 1 + \begin{bmatrix} \Omega_2^2 & 0 \\ 0 & \Omega_4^2 \end{bmatrix}^{-1} (\bar{B}_{24}^T \bar{B}_{24})^{-1} \bar{B}_{24}^T Jw \quad (25)$$

式中,  $\bar{f}_2$  与  $\bar{f}_4$  分别表示故障系数  $f_2$  与  $f_4$  的估计值。则有如下定理。

**定理 2** 当旋翼 2 或旋翼 4 出现故障时, 式(25)给出了故障系数的近似估计, 估计误差  $\hat{f}_i = f_i - \bar{f}_i$ , 满足

$$|\hat{f}_i| \leq (\bar{\Omega}_{24}^2 \lambda_{\min}(\bar{B}_{24}))^{-1} \rho(t), \quad i=2,4 \quad (26)$$

式中,  $\bar{\Omega}_{24}^2 = \max(\Omega_2^2, \Omega_4^2)$ ;  $\lambda_{\min}(\bar{B}_{24})$  为矩阵  $\bar{B}_{24}$  的最小奇异值。

**证明** 将式(24)代入式(25)中可得

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \bar{f}_2 \\ \bar{f}_4 \end{bmatrix} &= 1 + \begin{bmatrix} \Omega_2^2 & 0 \\ 0 & \Omega_4^2 \end{bmatrix}^{-1} (\bar{B}_{24}^T \bar{B}_{24})^{-1} \bar{B}_{24}^T \Delta M = \\ &= \begin{bmatrix} \Omega_2^2 & 0 \\ 0 & \Omega_4^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (1-f_2)u_2 \\ (1-f_4)u_4 \end{bmatrix} = \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \Omega_2^2 & 0 \\ 0 & \Omega_4^2 \end{bmatrix}^{-1} (\bar{\mathbf{B}}_{24}^T \bar{\mathbf{B}}_{24})^{-1} \bar{\mathbf{B}}_{24}^T \Delta \mathbf{M} + \begin{bmatrix} f_2 \\ f_4 \end{bmatrix} \quad (27)$$

以及估计误差

$$\begin{bmatrix} \hat{f}_2 \\ \hat{f}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega_2^2 & 0 \\ 0 & \Omega_4^2 \end{bmatrix}^{-1} (\bar{\mathbf{B}}_{24}^T \bar{\mathbf{B}}_{24})^{-1} \bar{\mathbf{B}}_{24}^T \Delta \mathbf{M}$$

进而可以得到式(26)。证毕

同样可以得到当旋翼 1 或旋翼 3 出现故障时,故障估计计算式

$$\begin{bmatrix} \hat{f}_1 \\ \hat{f}_3 \end{bmatrix} = \mathbf{1} + \begin{bmatrix} \Omega_1^2 & 0 \\ 0 & \Omega_3^2 \end{bmatrix}^{-1} (\bar{\mathbf{B}}_{13}^T \bar{\mathbf{B}}_{13})^{-1} \bar{\mathbf{B}}_{13}^T \mathbf{J} \mathbf{w} \quad (28)$$

并有估计误差满足

$$|\hat{f}_i| \leq (\bar{\Omega}_{13}^2 \lambda_{\min}(\bar{\mathbf{B}}_{13}))^{-1} \rho(t), i=1,3 \quad (29)$$

尽管由定理 2 可知,式(25)与式(28)不能实现故障信息与扰动之间的解耦,使得到的故障重构精度直接受到了扰动强度的影响。但由于旋翼的转速较高,即  $\Omega_i^2$  的值较大,能有效降低这种重构误差。由式(26)与式(28)可知,文中提出的重构方法只能针对单一旋翼发生故障,即 2 号与 4 号同时出现故障或者 1 号与 3 号同时出现故障的情况进行重构。对于其他情况,单纯依靠角速度反馈信号已无法实现准确的故障解耦重构,需要引入其他状态反馈信息,例如读取气压计或超声波定位器以获取飞行的高度状态信息,解决这一问题。定理 1 与定理 2 只针对四旋翼飞行器的故障重构问题,没有对在故障情况下飞行器的稳定控制进行分析,因此需要设计鲁棒性较强的控制系统保证故障情况下的安全飞行。而当故障较为严重,即故障系数  $f_i$  较小时,飞行器将无法维持姿态稳定,如何解决这一问题将是日后研究的一个重要内容。

除了本文中提到的“十”字型布局结构外,四旋翼飞行器还存在一种“X”型旋翼布局结构<sup>[20]</sup>。这种布局结构的飞行器相对于“十”字型布局具有相似的动力学方程,只有输出矩阵的结构不同。

$$\mathbf{B}' = \begin{bmatrix} db_1/\sqrt{2} & db_1/\sqrt{2} & -db_1/\sqrt{2} & -db_1/\sqrt{2} \\ -db_1/\sqrt{2} & db_1/\sqrt{2} & db_1/\sqrt{2} & -db_1/\sqrt{2} \\ -b_2 & b_2 & -b_2 & b_2 \end{bmatrix}$$

同样,由定理 1 可以得到式(21),代入新的输入矩阵  $\mathbf{B}'$  并展开可得

$$\begin{cases} I_x \omega_1 = \Delta M_1 + \frac{db_1}{\sqrt{2}}(1-f_1)\Omega_1^2 + \frac{db_1}{\sqrt{2}}(1-f_2)\Omega_2^2 - \frac{db_1}{\sqrt{2}}(1-f_3)\Omega_3^2 - \frac{db_1}{\sqrt{2}}(1-f_4)\Omega_4^2 \\ I_y \omega_2 = \Delta M_2 - \frac{db_1}{\sqrt{2}}(1-f_1)\Omega_1^2 + \frac{db_1}{\sqrt{2}}(1-f_2)\Omega_2^2 + \frac{db_1}{\sqrt{2}}(1-f_3)\Omega_3^2 - \frac{db_1}{\sqrt{2}}(1-f_4)\Omega_4^2 \end{cases} \quad (30)$$

将式(30)的两式相加与相减进一步得到

$$\begin{cases} I_x \omega_1 + I_y \omega_2 = \Delta M_1 + \Delta M_2 + \sqrt{2} db_1 (1-f_2) \Omega_2^2 - \sqrt{2} db_1 (1-f_4) \Omega_4^2 \\ I_x \omega_1 - I_y \omega_2 = \Delta M_1 - \Delta M_2 + \sqrt{2} db_1 (1-f_1) \Omega_1^2 - \sqrt{2} db_1 (1-f_3) \Omega_3^2 \end{cases}$$

与式(22)具有相似的结构。因此,可以通过修改式(25)和式(28)实现对“X”型布局四旋翼飞行器的执行机构故障进行重构。

### 3 数值仿真

选用一款四旋翼原型机的真实值,如表 1 所示,作为仿真模型的参数。

表 1 仿真模型参数

Table 1 Parameters of the simulation model

参数	数值
飞行器质量 $m/\text{kg}$	2.5
旋翼到机体中心的距离 $l/\text{m}$	0.5
相对于 $x$ 轴的转动惯量 $I_x/(\text{Nm/s}^2)$	0.081
相对于 $y$ 轴的转动惯量 $I_y/(\text{Nm/s}^2)$	0.081
相对于 $z$ 轴的转动惯量 $I_z/(\text{Nm/s}^2)$	0.142
旋翼升力系数 $k_1/(\text{N/s}^2)$	$54.2 \times 10^{-6}$
旋翼反扭力矩系数 $k_2/(\text{Nm/s}^2)$	$1.1 \times 10^{-6}$

选择初始姿态角为  $\phi_0 = \theta_0 = \psi_0 = 0$ , 初始角速度为  $\omega_{x_0} = \omega_{y_0} = 0.4 \text{ rad/s}$ ,  $\omega_{z_0} = 0.3 \text{ rad/s}$ , 并引入随即扰动满足  $\|\Delta M_i\| < 0.15 \text{ Nm}$ 。式(8)中的参数选取为  $\epsilon_i = 0.01$  与  $\lambda_i = 10$ 。考虑在 1 号旋翼引入突变的增益型故障:

$$f_1(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 4 \\ 0.8, & 4 \leq t \leq 10 \end{cases}$$

观测误差  $e$  随时间的变化曲线以及观测器参数  $k_i$  与  $l_i$  随时间的变化曲线分别如图 2 和图 3 所示。

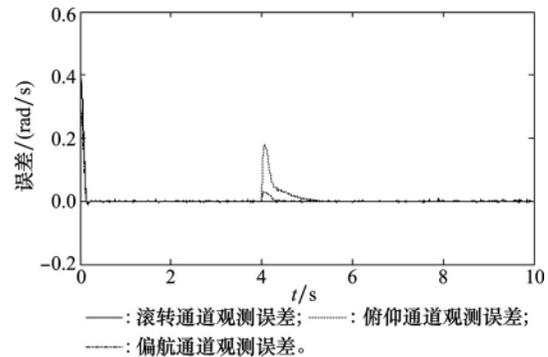


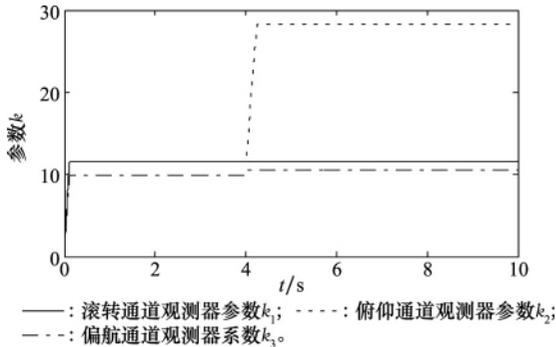
图 2 误差变化曲线

Fig. 2 Variation curve of error

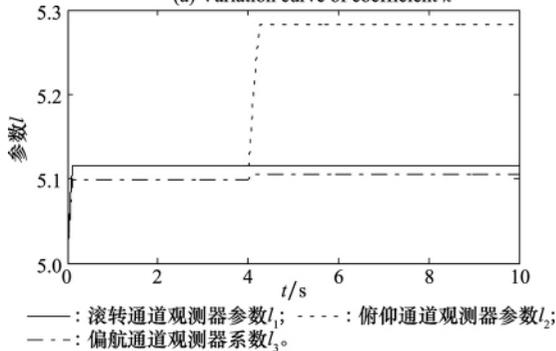
从图 3 可以看出,在初始阶段,为了保证观测误差收敛到零,观测器系数  $k_i$  与  $l_i$  迅速增加以克服未知扰动  $\Delta \mathbf{M}$  的影响。而在故障发生之前,由于已经实现了观测误差的稳定收敛,观测器系数一直维持不变。在  $T_0 = 4 \text{ s}$  的时刻,

1号旋翼发生故障,受此影响俯仰与偏航通道的观测误差迅速远离零点,在式(13)和式(14)的作用下,这两个通道的观测器系数继续增加直到观测误差重新收敛到零。而由于1号旋翼不作用于滚转通道上,因此在其发生故障的情况下,滚转通道的观测结果不受影响。

故障的隔离与重构结果如图4和图5所示。



(a) 系数k变化曲线  
(a) Variation curve of coefficient k



(b) 系数l变化曲线  
(b) Variation curve of coefficient l

图3 观测器参数变化曲线

Fig. 3 Variation curve of observer parameters

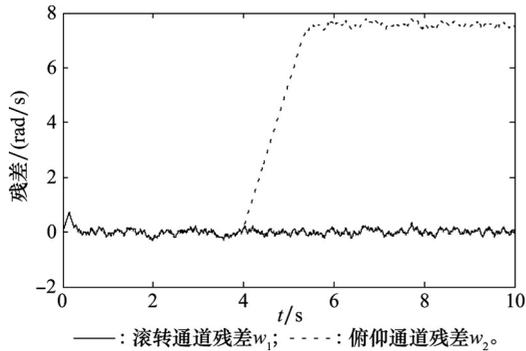


图4 残差信号变化曲线

Fig. 4 Variation curves of residual signal

从图4可以看出,故障发生前尽管受到未知扰动的作用,残差信号  $w_1$  与  $w_2$  仍都保持在门限值之内,证明了残差决策式(23)的鲁棒性。而在故障发生之后,  $w_2$  迅速增加超过门限值,  $w_1$  则仍维持原有振动范围内,证明了利用式(23)实现故障诊断与初步位置确定的快速性与准确性。

图5则显示了故障系数  $f_1$  与  $f_2$  的重构结果:受到故障影响,两者在故障发生后都迅速偏离初始值;但随着观测器重新稳定,  $f_2$  重新回到1附近,而  $f_1$  则收敛到0.8,证明了式(25)即使在未知扰动的作用下,仍能保证对故障系数的可靠估计,而旋翼较高的转速值也有效降低了扰动对估计精度的影响。

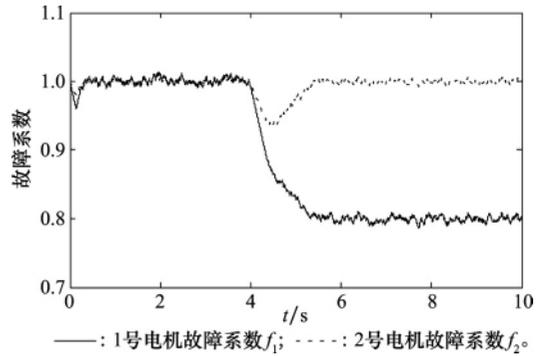


图5 故障系数重构曲线

Fig. 5 Reconstruction curves of fault coefficient

为了进一步验证故障重构算法的有效性,改变实验条件,在2号旋翼引入突变的增益型故障:

$$f_2(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 4 \\ 0.5, & 4 \leq t \leq 10 \end{cases}$$

由新的故障重构仿真曲线,如图6所示。可以得出,尽管故障的位置与幅度均发生了变化,本文所提算法依然可以快速、准确地完成故障定位与重构。

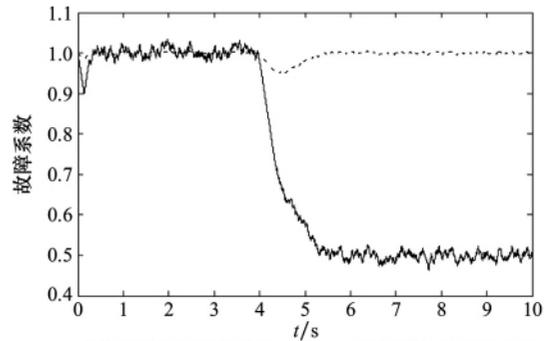


图6 当  $f_2=0.5$  时故障系数重构曲线

Fig. 6 Reconstruction curve of fault coefficient when  $f_2=0.5$

仿真进一步表明,在故障系数为0,即“完全失效”故障情况下,本文算法依然可以有效逼近故障系数。在仿真过程中没有考虑控制算法对故障的鲁棒性,认为飞行器的姿态失控不会导致最终坠机。而实际情况中,需要结合姿态稳定算法对故障的鲁棒性和算法的故障检测进行进一步分析。

#### 4 结论

本文基于 super-twisting 二阶 ESO 的方法对四旋翼飞

飞行器姿态控制系统的故障重构问题进行了研究。将执行机构故障作为一个综合扰动信号,由ESO直接估计得到,并利用四旋翼独特的输入耦合方式实现了故障的具体定位与重构。为了克服未知外扰与故障的影响,常需要将观测器系数设计得较大,这将放大环境噪声对观测精度的影响。本文引入了观测器参数的自适应算法,根据滑动模态的变化修改参数。实现了故障发生前,采用较小系数以降低噪声影响;故障发生后,提高参数,保证稳定收敛。相关算法的渐进稳定性通过李雅普诺夫函数法进行了证明。仿真结果也证明了本文设计的自适应观测器能够在故障前、后自动调节参数以维持收敛,而相关的残差决策和故障重构算法也实现了对故障的准确诊断、定位与估计。

### 参考文献:

- [1] KHOA D N, CHEOLKEUN H. Development of hardware-in-the-loop simulation based on gazebo and Pixhawk for unmanned aerial vehicles[J]. *International Journal of Aeronautical & Space Sciences*, 2018, 19(1): 238 - 249.
- [2] IVAN G H, SERGIO S, EFRAIM R M, et al. Enhanced robust altitude controller via integral sliding modes approach for a quad-rotor aircraft: simulations and real-time results[J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2017, 88(2/4): 313 - 327.
- [3] SONG Z K, SUN K B. Attitude tracking control of a quad-rotor with partial loss of rotation effectiveness[J]. *Asian Journal of Control*, 2017, 19(5): 1812 - 1821.
- [4] CHEN M L, WANG Y. An improved nonlinear dynamic inversion method for altitude and attitude control of Nano quad-rotors under persistent uncertainties[J]. *Transactions of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics*, 2018, 35(3): 483 - 493.
- [5] XING X J, MA Z, CHEN X R, et al. Fault-tolerant flight control of quad-rotor UAV based on sliding mode theory[C]//*Proc. of the 30th Chinese Control and Decision Conference*, 2018: 298 - 303.
- [6] BAI H, WANG H Y, SHAO S H. Fault detection and isolation for a quad-rotor via unknown input observer[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2013, 21(1): 125 - 130.
- [7] FREDDI A, LONGHI S, MONTERIU A. Actuator fault detection system for a mini-quadrotor[C]//*Proc. of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, 2010: 2055 - 2060.
- [8] CEN Z H, HASSAN N, TRI B S, et al. Sliding mode robust fault-tolerant control for uncertain systems with time delay[J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University (Science)*, 2017, 22(2): 240 - 246.
- [9] EDWARDS C, SPURGEON S K, PATTON R J. Sliding mode observers for fault detection and isolation[J]. *Automatica*, 2000, 36(4): 541 - 553.
- [10] EDWARDS C, ALWI H, TAN C P. Sliding mode methods for fault detection and fault tolerant control with application to aerospace systems[J]. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 2012, 22(1): 109 - 124.
- [11] PAKKI K, CHANDRA B, ALWI H, et al. Fault detection in uncertain LPV systems with imperfect scheduling parameter using sliding mode observers[J]. *European Journal of Control*, 2017, 34: 1 - 15.
- [12] HABIB H, MICKAEL R, CHOKRI M, et al. Fault diagnosis based on sliding mode observer for LPV descriptor systems[J]. *Asian Journal of Control*, 2019, 21(1): 89 - 98.
- [13] LI S Z, WANG H P, AITOUICHE A, et al. Sliding mode observer design for fault and disturbance estimation using Takagi-Sugeno model[J]. *European Journal of Control*, 2018, 44: 114 - 122.
- [14] WANG X H, TAN C P, ZHOU D H. A novel sliding mode observer for state and fault estimation in systems not satisfying matching and minimum phase conditions[J]. *Automatica*, 2017, 79: 290 - 295.
- [15] 韩京清. 自抗扰控制器及其应用[J]. *控制与决策*, 1998, 13(1): 19 - 23.
- [15] HAN J Q. Active disturbance rejection controller and application[J]. *Control & Decision*, 1998, 13(1): 19 - 23.
- [16] WANG Z, JIAO X H, FENG M Y. Tip-position/velocity tracking control of manipulator for hull derusting and spray painting based on active disturbance rejection control[J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2018, 16(4): 1916 - 1926.
- [17] HUANG Z J, LIU Y J, ZHENG H, et al. A self-searching optimal ADRC for the pitch angle control of an underwater thermal glider in the vertical plane motion[J]. *Ocean Engineering*, 2018, 159: 98 - 111.
- [18] TONG L, YANG Y H, CHAI L. Extended state observer based MPC for a quadrotor helicopter subject to wind disturbances[C]//*Proc. of the 38th Chinese Control Conference*, 2019: 8206 - 8211.
- [19] ABAUNZA H, CASTILLO P, VICTORINO A, et al. Quaternion modeling and control of a quad-rotor aerial manipulator[J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2017, 88(2/4): 267 - 283.
- [20] 张勇, 陈增强, 张兴会, 等. 四旋翼无人机系统 PD-ADRC 串级控制[J]. *系统工程与电子技术*, 2018, 40(9): 2055 - 2061.
- [20] ZHANG Y, CHEN Z Q, ZHANG X H, et al. PD-ADRC cascade control for quadrotor system[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2018, 40(9): 2055 - 2061.
- [21] 王彪, 唐超颖, 姚振楠. 基于串级 LADRC 设计的旋翼无人机航迹跟踪控制[J]. *系统工程与电子技术*, 2019, 41(6): 1358 - 1365.
- [21] WANG B, TANG C Y, YAO Z N. Trajectory tracking control of unmanned aerial vehicles based on cascaded LADRC design[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2019, 41(6): 1358 - 1365.
- [22] 沈智鹏, 曹晓明. 基于扩张观测器的输入受限四旋翼飞行器轨迹跟踪动态面输出反馈控制[J]. *系统工程与电子技术*, 2018, 40(12): 2766 - 2774.
- [22] SHEN Z P, CAO X M. Extended state observer based dynamic surface output feedback control for quadrotor UAV trajectory tracking with input constraints[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2018, 40(12): 2766 - 2774.
- [23] GAO Z Q. Scaling and bandwidth parameterization based con-

- troller tuning[C]//Proc. of the American Control Conference, 2003: 4989 - 4996.
- [24] CHEN Y G, LIN C H, BAO Z M, et al. Modified super-twisting algorithm with an anti-windup coefficient adopted in PMSM speed loop control[J]. Energy Procedia, 2019, 158: 2637 - 2642.
- [25] ULISES P V, LEONID F. Design of super-twisting control gains: a describing function based methodology[J]. Automatica, 2019, 99: 175 - 180.
- [26] LOCHAN K, SINGH J P, ROY B K, et al. Adaptive time-varying super-twisting global SMC for projective synchronisation of flexible manipulator[J]. Nonlinear Dynamics, 2018, 93 (4): 2071 - 2088.
- [27] MORENO J A, OSORIO M. A Lyapunov approach to second-order sliding mode controllers and observers[C]//Proc. of the IEEE 47th Conference on Decision and Control. Cancun, Mexico, 2008: 2856 - 2861.
- [28] MORENO J A, OSORIO M. Strict Lyapunov functions for the super-twisting algorithm[J]. IEEE Trans. on Automatic Control, 2012, 57(4): 1035 - 1040.

## 作者简介:

宫 勋(1982 -),男,副研究员,博士,主要研究方向为飞行器导航与控制、运动跟踪与控制。

E-mail:as1123@163.com

付云博(1991 -),男,助理研究员,硕士,主要研究方向为精密控制、复合控制。

E-mail:1156571223@qq.com

姜良旭(1991 -),男,研究实习员,硕士,主要研究方向为软件工程、计算机控制。

E-mail:875212144@qq.com

曹 策(1993 -),男,研究实习员,硕士,主要研究方向为智能控制、嵌入式系统。

E-mail:870795553@qq.com

郭同健(1981 -),男,副研究员,博士,主要研究方向为伺服控制、精密控制。

E-mail:ttft1537@sohu.com