

DOI:10. 19652/j. cnki. femt. 1901688

## 基于非线性积分滑模的交叉耦合控制研究

#### 齐 彪 武奕楠

(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所长春 130033)

摘 要:H型桁架定位平台,凭借其简单的机械结构以及较高的运动稳定性等优势,被广泛应用于超精密测量及半导体加工 成型等设备当中。鉴于系统的定位精度、同步性能等指标的不断提升,对 H型桁架定位平台系统,基于欧拉一拉格朗日法进 行动力学建模,并设计了一种基于非线性积分滑模控制算法的双交叉耦合同步控制策略。实验结果表明,采用非线性积分滑 模控制算法以及双交叉耦合同步控制架构,具有动态稳定度高、鲁棒性强等特点。该方法满足同步控制要求,便于工程实现。 关键词:同步控制;交叉耦合控制;非线性积分滑模控制

中图分类号: TP273 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510. 8010

# Research on cross-coupled control based on nonlinear integral sliding mode

Qi Biao Wu Yinan

(Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

**Abstract**: H-type gantry stages are widely used in ultra-precision metrology and semiconductor processing and shaping equipment because of the simple mechanical structure and ultra-high stability. With the improvement of system performance requirements such as positioning accuracy, synchronous performance, Based on the Euler-Lagrange method, the dynamic model of the stages is established, and a double cross-coupling synchronous control strategy based on the non-linear integral sliding mode control algorithm is designed. The experimental results show that the non-linear integral sliding mode control algorithm and the double cross-coupling synchronous control structure have the characteristics of high dynamic stability and strong robustness. This method satisfies the requirement of synchronous control and is convenient for engineering implementation.

Keywords: synchronization control; cross coupling control; non-linear integral sliding mode control

#### 0 引 言

近年来,针对 H 型桁架定位平台的研究颇多,虽然诸 多学者已经对该类平台进行了充分的研究,有许多学者将 滑模变结构<sup>[1]</sup>、鲁棒控制<sup>[2]</sup>、模糊控制<sup>[3]</sup>与神经网络等现 代控制方法应用在多电机协调控制当中。但随着超精密 测量和加工设备的性能指标的不断攀升,系统的控制结构 以及控制算法仍有待改进。本文分析了 H 型桁架定位平 台的结构特点,考虑到电机同步控制的难点和对其性能的 高要求,采用非线性积分滑模控制算法与双交叉耦合控制 架构相结合的同步策略<sup>[4]</sup>。

#### 1 基于欧拉一拉格朗日法动力学建模

鉴于 H 型桁架定位平台系统存在多自由度交叉耦合 现象,需要对系统进行动力学建模,并对完成解耦补偿运 算,以避免出现不同自由度之间推力及运动的耦合问题, 影响整个平台系统的同步效果<sup>[5]</sup>。

本实验平台由底台、线性导轨、直线电机、横梁、柔性 铰链、绝对光栅尺等构成。其中,铰链结构可简化为微扭 弹簧系统,即柔性连接部分可等效为扭转弹簧一质量一 阻尼系统<sup>[6]</sup>,如图1所示,各参数的物理意义如表1 所示。

中国科技核心期刊

国外电子测量技术 — 113 —

收稿日期:2019-06-29



图 1 H 型桁架定位平台 X 轴向模型

表1 参数物理意义

参数	物理意义	
$m_1$ , $m_2$	X 向直线电机质量	
$m_b$	Y 向横梁质量	
$\mu_1$ , $\mu_2$	扭转粘滞系数	
$k_1$ , $k_2$	刚度系统	
$F_{em1}$ , $F_{em2}$	电机驱动力	
$F_{f,1}(t), F_{f,2}(t)$	外部阻力	

该平台系统的扭转动力学方程为:

 $J_b\ddot{ heta}_b + (\mu_1 + \mu_2)\dot{ heta}_b + (k_1 + k_2)\theta_b = T(t)$  (1) 式中: $\theta_b$ 是非对称惯性力导致的扭转角度; $J_b$ 是直线电机 绕横梁横梁质心的转动惯量;T(t)是由外部力 $F_{em1}$ 、 $F_{em2}$ 、  $F_{f,1}$ 、 $F_{f,2}$ 相对于横梁质心产生的扭转力矩<sup>[7]</sup>。

 $T(t) = (F_{on1} - F_{f,1}) \cdot L_e - (F_{on2} - F_{f,2}) \cdot (L - L_e) (2)$ 橫梁在外力的作用下旋转很小的角度,为了便于整 理,作如下几何关系处理:

$$x_b = x_1 + (x_2 - x_1)L_c/L \tag{3}$$

$$\theta_b = \arctan((x_1 - x_2)/L) \approx (x_2 - x_1)/L \tag{4}$$

式中: $x_b$  是横梁质心在 X 方向的位移; $\theta_b$  是横梁与 Y 方向的夹角, $\mathbf{h}(4)$ 可知,其值近似正比于同步误差。

选取向量为  $X = [x_1, x_2]^T$ ,考虑系统的全部动能,取 为  $E_k$ , *M* 为惯性矩阵,即:

$$E_{k} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{X}}^{\mathrm{T}} \mathbf{M} \dot{\mathbf{X}} =$$

$$\frac{1}{2} m_{1} \dot{x}_{1}^{2} + \frac{1}{2} m_{2} \dot{x}_{2}^{2} + \frac{1}{2} m_{b} \dot{x}_{b}^{2} + \frac{1}{2} J_{b} \dot{\theta}_{b}^{2} \qquad (5)$$

$$\mathbf{L} \hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{B}} \mathbf{\Xi} \mathbf{T} \mathbf{U} \mathbf{Q} \mathbf{U} \mathbf{U} \mathbf{U}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 + m_b - \frac{2m_bL_c}{L} + \frac{m_bL_c^2}{L^2} + \frac{J_b}{L^2} & \frac{m_bL_c}{L} - \frac{m_bL_c^2}{L^2} - \frac{J_b}{L^2} \\ \frac{m_bL_c}{L} - \frac{m_bL_c^2}{L^2} - \frac{J_b}{L^2} & m_2 + \frac{m_bL_c^2}{L^2} + \frac{J_b}{L^2} \end{bmatrix}$$

由系统的粘滞摩擦力导致总体的耗散功率为 *P<sub>diss</sub>*,*C* 是摩擦力矩阵,表示如下:

 $P_{diss} = \dot{\mathbf{X}}^{\mathrm{T}} \mathbf{C} \dot{\mathbf{X}} = f_1 \dot{x}_1^2 + f_2 \dot{x}_2^2 + (\mu_1 + \mu_2) \dot{\theta}_b^2$ (6) 可以推导出:

2020年1月

第39卷 第 | 期

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} f_1 + (\mu_1 + \mu_2)/L^2 & -(\mu_1 + \mu_2)/L^2 \\ -(\mu_1 + \mu_2)/L^2 & f_2 + (\mu_1 + \mu_2)/L^2 \end{bmatrix}$$

同样能够推出刚度矩阵 *K*,由扭转弹簧而引起的弹性 势能 *V* 表示如下:

$$V = \frac{1}{2} \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{K} \boldsymbol{X} = \frac{1}{2} (k_1 + k_2) \theta_b^2$$
(7)

则刚度矩阵为:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} (k_1 + k_2)/L^2 & -(k_1 + k_2)/L^2 \\ -(k_1 + k_2)/L^2 & (k_1 + k_2)/L^2 \end{bmatrix}$$

由电机推力 *F*<sub>en</sub>到位置 *X* 的双工件台宏动部分的欧拉-拉格朗日耦合模型为:

$$\boldsymbol{M} \boldsymbol{\cdot} \frac{\mathrm{d}^{2}\boldsymbol{X}}{\mathrm{d}t^{2}} + \boldsymbol{C} \boldsymbol{\cdot} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{X}}{\mathrm{d}t} + \boldsymbol{K} \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{X} = K_{\mathrm{t}}\boldsymbol{u} - \boldsymbol{F}_{d}$$
(8)

式中:*X* 是两个直线电机的位移向量; $F_{om}$ 、 $F_{d}$ 分别为直线 电机的推力矢量和扰动项<sup>[2]</sup>; $K_{t}$  是电机推力系数,关系式 为 $K_{t} = (3\pi/2\tau)\phi_{fo}$ 

忽略扰动项 *F*<sub>a</sub> 对系统的作用,以平台两电机的位移 和速度作为状态变量,可得系统的状态方程为:

$$\begin{cases} \mathbf{\dot{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) & (9) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) & \\ \mathbf{\ddot{y}}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) & = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & v_1 & v_2 \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}, \mathbf{y}(t) = \\ \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}, \mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{2\times 2} & \mathbf{I}_{2\times 2} \\ \mathbf{A}_{2\times 2} & \mathbf{A}_{2\times 2} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \end{cases}$$

2 双交叉耦合同步控制架构

为了改善系统的同步效果,将并联同步控制结构和主 从同步控制结构灵活地结合在一起,如图 2 所示,电机  $X_1$ 的输入为目标曲线,反馈信号是由两电机  $X_1$  和  $X_2$  的实时 位置的综合信号乘以一定的增益提供;电机  $X_2$  的输入为 横梁最大容忍扭转角度  $\theta$  ( $\theta = \delta/10, \delta$  为允许最大同步误 差),反馈信号为横梁的实际扭转角度,可以由式(4)同步 误差获得。

中国科技核心期刊

— 114 — 国外电子测量技术

### 2020年|月 第39卷 第|期



图 2 改进型双交叉耦合同步控制结构

两个电机的控制输入由两个位置控制器共同给入。 当系统的同步误差偏大时,系统为并联同步控制架构,两 个位置控制器都有输出,将同步误差尽快降低,保证横梁 转角在最大扭转角之内;当横梁扭转角 $\theta_{e} \leq \theta$ 时,电机 X<sub>2</sub> 的控制器不再输出,整个系统变为主从同步控制架构,即 在允许同步误差范围内,两个电机的控制量给定相同,提 升系统的同步控制效果。

对控制结构仿真,  $\mathbf{x}_{\alpha} = 0.5$ ,  $\beta = 1/L$ , 电机 X<sub>1</sub>的给定 曲线为 3 阶 S 曲线, 结果如图 3 所示。



图 3 双交叉耦合同步控制结构误差曲线

通过仿真可知,双交叉耦合同步控制策略,在加减速 段的跟踪误差偏大,在微米量级,但是同步误差比较小,已 达到 2,942 µm 以下。因此该种控制结构的跟踪给定的性 能仍有待改进。

#### 3 非线性积分滑模控制

在控制器中引入积分项,可补偿模型的参数摄动性, 消除跟踪误差,提高系统的跟踪性能;但当初始误差偏大 时,系统的暂态性能将会恶化,比如系统的响应曲线可能 呈现很大的超调或者较长的调节时间。若被控对象的控 制输入受限,即执行器饱和,系统则会出现积分 Windup 效应,严重情况下,甚至会导致整个系统发散。

鉴于上述问题,本文在传统积分滑模面的基础上,构造了一种新的滑模面——全程非线性积分滑模面,系统的 全部状态无到达滑模面的过程,而是从一开始就处于所设

中国科技核心期刊

计的滑模面上,即 S(0)=0。此种滑模面使系统同时具备 传统积分滑模的控制精度和较好的暂态性能。

3.1 非线性积分滑模面设计

考虑如式(10)所示滑模面。

$$s(t) = C\zeta(t) - C \int_{0}^{t} (A + BK)g(\zeta(\tau))d\tau$$
(10)

式中: $g(\zeta(\tau))$ 是一非线性函数,有"小误差放大,大误差饱 和"的功能<sup>[8]</sup>。

首先引入如式(11)所示的一种类势能函数。

$$G(e) = \begin{cases} \beta e - \frac{\pi - 2}{\pi} \beta^2, e \ge \beta \\ \frac{2\beta^2}{\pi} \left( 1 - \cos \frac{\pi e}{2\beta} \right), \mid e \mid < \beta \\ -\beta e - \frac{\pi - 2}{\pi} \beta^2, e \le \beta \end{cases}$$
(11)

式中: $\beta \in R^+$ 为设计参数。对 G(e)的求导,得到如式(12) 所示的一类非线性函数。

$$g(e) = \begin{cases} \beta, e \ge \beta \\ \beta \sin \frac{\pi e}{2\beta}, \mid e \mid < \beta \\ -\beta, e \le \beta \end{cases}$$
(12)

对于式(11)和(12)所示的非线性函数,有如下引理。 引理 1 函数 G(e)和 g(e)有如下性质:

1) 若  $e \neq 0$ ,则 G(e) > 0;若 e = 0,则 G(e) = 0 和g(e) = 0;

2) G(e)是连续二次可微的,当 $|e| < \beta$ 时,函数 g(e)是 严格单调递增的,当 $|e| > \beta$ 时,g(e)饱和,如图 4 所示。



图 4 类势能函数 G(e) 及其导数 g(e) 的曲线( $\beta=2$ )

此类非线性函数应用在实际控制器中,系统的期望同 步误差可以通过参数 β 设定进行调节<sup>[11]</sup>。

3.2 非线性积分滑模控制率设计

对于系统  $\dot{\zeta}(t) = A\zeta(t) + B(u(t) + \omega(t, \zeta))$ , 设计非 线性积分滑模控制率为:

$$u(t) = Kg(\zeta(\tau)) + (CB)^{-1} \{CAg(\zeta(\tau)) - CA\zeta(t)\} - k_0 sign(S(t))$$
(13)

其中,控制率在外界扰动满足  $k_0 \ge \omega(t, \zeta)$ 时,是稳 定的<sup>[12]</sup>。

国外电子测量技术 — 115 —

在实际控制系统中,会对控制量输入设定上限值, |*u*|≪*u*<sub>max</sub>(*u*<sub>max</sub>>0),以保护电机,则系统的饱和控制输入 如下<sup>[13]</sup>:

$$u = -u_{\max} \operatorname{sat}\left(\frac{C\zeta(t) - C\int_{0}^{t} (A + BK)g(\zeta(\tau))d\tau}{\delta}\right)$$

其中,δ为边界层厚度<sup>[14]</sup>。

饱和控制方法, u<sub>max</sub>确定后,即可通过设计调节参数 β 来约束输入到积分控制器中的偏差,防止积分 Windup 现 象的发生。

#### 3.3 非线性积分滑模控制仿真

仿真环境及条件同上,图 5 所示为仿真结果,加入非 线性积分滑模算法,不仅降低了加减速段的稳态误差,又 改变了系统的暂态性能。系统的响应曲线相对平滑,过程 中伴随着扰动的输入,但未出现振动现象。

4 试验

4.1 平台控制系统 DSP 内置程序流程图 在实验过程中,H型桁架定位平台系统的给定参考曲



图 5 非线性积分滑模控制仿真

线以及控制参数皆由上位机外部输入,并且上位机界面会 实时显示平台运行过程中需要监测的信息。以 C 语言代 码实现双交叉同步控制结构以及非线性积分滑模控制算 法,并加载到 DSP 中,在平台上完成电机的同步控制实 验。在以下实验中,位置给定皆为 S 曲线:位移为 100 mm,速度为 0.25 m/s,加速度为 5 m/s<sup>2</sup>。图 6(a)、 (b)所示为在 DSP 中设计的主程序流程图与中断程序 流程。

同步误差较小,且最终不在同步误差,但在加减速段的抗扰动

单独采用双交叉耦合同步控制策略,虽然在控制精度

4.3 基于非线性积分滑模算法的双交叉耦合控制实验

性较弱,同步效果不如匀速段,存在较大的同步误差。



图 6 运动控制卡 DSP 程序流程

## 4.2 双交叉耦合同步控制结构实验

实际工程中验证双交叉耦合同步控制结构的同步效 果,并参照采用 PID 控制的实验结果,如图 7 所示。 双交叉耦合同步控制结构的控制效果要优于 PID 控制,

— 116 — 国外电子测量技术

中国科技核心期刊

## 2020年|月 第39卷第|期



图 7 同步误差对比

方面,基本能够满足性能指标要求,但是在加减速段,鲁棒 性能较差,所以,加入非线性积分滑模控制算法进行实验, 结果如图 8 所示。



与单独采用双交叉耦合同步控制进行对比,非线性积 分滑模控制的暂态性能更佳,同步误差值大幅度降低,整 体的同步误差几乎都能限制在 1.5 µm 以内,并且在加减 速段的优越性也比较显著。

如表 2 所示,基于非线性积分滑模控制算法的双交叉 耦合控制架构,在各个阶段中,在均值附近的波动最小,即 在运行过程中抗干扰能力较强,满足实际工程里对 H 型 桁架定位平台的性能需求<sup>[15]</sup>。

表 2 同步误差数据最值对比 max/min  $(\mu m)$ 

全程	加速段	匀速段	减速段
10.28	5.4	5.8	10.28
— 8. 633	-8.633	<b>—</b> 1.4	1. 2
8.666	8.666	2.336	1. 413
-7.922	-0.3097	-1.483	<b>—</b> 7.922
1.661	1.067	1. 233	1. 321
<b>—</b> 1.315	<b>—</b> 1.315	-0.433	-0.5167
	全程 10.28 8.633 8.666 7.922 1.661 1.315	全程         加速段           10, 28         5, 4          8, 633        8, 633           8, 666         8, 666           -7, 922         -0, 309 7           1, 661         1, 067           -1, 315         -1, 315	全程         加速段         匀速段           10.28         5.4         5.8           -8.633         -8.633         -1.4           8.666         8.666         2.336           -7.922         -0.3097         -1.483           1.661         1.067         1.233           -1.315         -0.433

#### 5 结 论

本文以 H 型桁架定位平台中 X 轴向多电机为被控对 象,对多电机的同步控制展开研究,提出基于非线性积分

中国科技核心期刊

滑模控制算法的双交叉耦合同步控制策略,以满足微米级 定位精度和较高的响应的快速性要求,经实际试验证明, 非线性积分滑模控制算法和双交叉耦合控制结构的有效 结合,能够较好的满足性能要求,并易于工程实现。

#### 参考文献

- [1] 田桂,谢建,陈玉祥,等.一种改进的全局滑模变结构 控制器设计及应用[J].控制工程,2018,25(4): 587-590.
- [2] 王中石,王福超. 基于 ARM 的快速反射镜鲁棒控制 系统设计与实现[J]. 国外电子测量技术,2016, 35(5):74-78.
- [3] 刘冬,张振国.基于模糊控制的工厂无功补偿控制策 略研究[J].电子测量技术,2017,40(6):93-96.
- [4] 韩仁银,郭阳宽,祝庆连,等. 多电机同步控制综述[J].电机与控制应用,2017,44(6):8-12.
- [5] 权建洲.高速工况下 H 型桁架定位平台的建模与同步控制[D].武汉:华中科技大学,2010.
- [6] 王闻宇.伺服系统柔性连接负载控制方法研究[D]. 武汉:华中科技大学,2012.
- [7] 范维. 双驱进给系统的动力学建模与同步控制技术研 究[D]. 武汉:武汉理工大学,2018.
- [8] 李鹏,郑志强.非线性积分滑模控制方法[J].控制理 论与应用,2011,28(3):421-426.
- [9] 张立伟,魏维,张超,等.伟基于全局非线性积分滑模的永磁交流伺服系统研究[J].电工技术学报,2018, 33(16):3917-3924.
- [10] 李鹏.传统和高阶滑模控制研究及其应用[D].长沙: 国防科学技术大学,2011.
- [11] 董君,陈立. RBF 神经网络算法的非线性积分滑模控 制机械臂运动轨迹误差研究[J].中国工程机械学报, 2018,16(2):106-110.
- [12] 李立根. 多电机同步的积分终端滑模控制策略研 究[D]. 湘潭:湘潭大学, 2016.
- [13] 陆晟波.基于滑模控制的多永磁同步电机同步控制 研[D].杭州:浙江工业大学,2019.
- [14] 孙经广,宋申民,陈海涛,等.高超声速飞行器有限时 间饱和跟踪控制[J].控制理论与应用,2017,34(10): 1349-1360.
- [15] 王建红,陈耀忠,陈桂,等.基于交叉耦合控制的双电 机同步控制系统研究[J].南京理工大学学报,2017, 41(6):693-697.

#### 作者简介

齐彪,工程硕士,研究实习员,主要研究方向为电机伺 服控制,计算机控制以及图像处理。

E-mail: qibiao0529@163. com

国外电子测量技术 — 117 —