

文章编号 1004-924X(2020)10-2260-07

# 离焦像边界对曲率传感精度影响研究

肖春生<sup>1</sup>, 安其昌<sup>2\*</sup>

- (1. 中国人民解放军 91550 部队, 辽宁 大连 116023;
2. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033)

**摘要:**大口径大视场望远镜主动光学系统,需要基于离焦星点像完成波前探测与系统闭环。为了实现系统的有效运行,本文对离焦星点像边缘区域与波前传感精度之间的关系开展了相关研究。首先,根据电磁波的传输方程介绍了曲率传感算法。接着,以像散与彗差为例从理论上分析了典型边界条件对波前解算的影响。然后,分析比较了不同像元分辨率对信息完备性的影响。最后,在极限采样率下,对波前重建误差进行了仿真分析。实验结果表明:在连续边界的情况下,单位圆边缘引入的误差约为 35%(未进行迭代);离焦星点像在 100 个像元以下时,其携带信息的能力迅速下降;在接近 100 个像元时,对彗差的检测误差为 0.08 个波长,与 400 个像元时相比约下降 14%。因此,在时-空分辨率要求较低,即采样率不高的情况下,考虑闭环主动光学的误差收敛效应,忽略边界效应也可以满足主动光学波前传感需要,但在高时-空分辨率测量的情况下,边缘的影响不可以忽略。

**关键词:**大口径大视场望远镜;主动光学;波前传感;边界条件

中图分类号:TP791 文献标识码:A doi:10.37188/OPE.20202810.2260

## Influence of defocused image boundary on curvature sensing accuracy

XIAO Chun-sheng<sup>1</sup>, AN Qi-chang<sup>2\*</sup>

- (1. Unit 91550 of PLA, Dalian 116023, China;
  2. Changchun Institute of Optics, Precision Machinery and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)
- \*Corresponding author, E-mail: anjj@mail.ustc.edu.cn

**Abstract:** In the active optics (AO) system of large closed-looped survey telescopes, wavefront sensing based on defocused star images is necessary. To realize the effective operation of the AO system, this study investigates the relationship between the boundary area of a defocused image and wavefront sensing accuracy. First, a curvature sensing (CS) algorithm is introduced according to the irradiance transport equation of an electromagnetic wave. Then, by considering astigmatism and coma as examples, the influence of typical boundary conditions on wavefront sensing is theoretically investigated. Subsequently, the influence of different pixel resolutions on the completeness of information is analyzed. Finally, under the limit sampling rate, the wavefront reconstruction error is simulated and ana-

收稿日期:2020-05-08;修订日期:2020-07-02.

基金项目:中国科学院青年创新促进会资助项目(No. 2020221);白求恩医学工程与仪器中心基金资助项目(No. BQEGCZX2019042);国家自然科学基金资助项目(No. 11703026, No. 11803034)

lyzed. The experimental results show that the error introduced on the edge of a unit circle is approximately 35% (without iteration). When a defocused star point image is below 100 pixels, its ability to carry information rapidly decreases. When it is close to 100 pixels, the detection error of the coma is 0.08 wavelength, which is approximately 14% lower than that at 400 pixels. Therefore, considering the error convergence effect of closed-loop active optics and ignoring the boundary effect can satisfy the requirement of active optical wavefront sensing in the case of a low time-spatial resolution, that is, at a low sampling rate. However, in the case of measurements with a high time-spatial resolution, the influence of the edge cannot be ignored.

**Key words:** large survey telescope; active optics; wavefront sensing; boundary conditions

## 1 引言

大口径大视场望远镜在近二十年来发展获得了飞速发展,为了获得更高的巡天效率与集光能力,其口径与视场都在不断扩大<sup>[1-3]</sup>。国外已经研制并成功运行多台大口径大视场望远镜,8米级的大视场望远镜已经投入建设<sup>[4-5]</sup>,而国内尚未开展2.5米以上的大视场望远镜研究,与国际先进水平相比,不论是在占领“太空高地”保障国土安全方面,还是在探测存在撞击威胁的小行星等天文学邻域,均存在较大差距。为了进一步提升大口径大视场望远镜的探测能力,通过主动光学对望远镜中的各个主要部件进行独立、实时的面形校正与姿态控制,不仅可以降低对光学加工、系统装配精度的要求,还可以有效地放宽对大型跟踪架刚度的要求,降低系统运动惯量<sup>[6-7]</sup>,最终实现更好的成像效果。与以往以查表为主的主动光学系统相比,大口径大视场望远镜闭环主动光学系统具有校正频率高及可调自由度多的特点<sup>[8]</sup>。结合大口径大视场望远镜本身轴外像差敏感度高、焦面空间紧张的特点,亟需一种不附加过多元件,且可以覆盖全部视场的焦面波前探测方法<sup>[9-10]</sup>。

目前,大口径望远镜波前传感主要分为两类,分别为光瞳面波前传感(探测器与入瞳共轭)包括哈特曼传感器以及干涉仪,另一种探测方式为焦平面波前传感,利用焦平面所获得的图像,对波前进行恢复,这类技术被统称为“相位恢复技术”(Phase Retrieval, PR),包括曲率传感器,相位差异(Phase Diversity, PD)等。曲率传感技术在近年来运行的大口径大视场望远镜上,均有成功应用<sup>[11]</sup>。针对大口径大视场望远镜闭环主动光学系统,在传统曲率传感的基础上,通过多视场波前

曲率传感,对系统高阶像差进行探测并在此基础上对系统中众多主动环节进行驱动。

对于常规的高分辨成像望远镜而言,成像视场往往不足1角分,其主动光学系统仅需要一颗导星进行波前传感,其像元分辨率很高,星点像边缘像素的影响往往可以忽略不计,同时,由于哈特曼传感器本身的特点,子孔径内的平均也降低了边缘像素的影响。因此,在本文曲率传感解算过程中,对离焦星点像边缘区域对波前解算的影响进行分析,分别从理论解和数值仿真的角度建立了边界信号与解算结果之间的联系。

## 2 曲率传感基本原理

曲率传感器由 Roddier 在 1988 年提出<sup>[11]</sup>,其基本原理是光瞳处波前局部的曲率变化,所对应的焦内像与焦外像的光强分布会发生对应的变化,如图 1 所示。根据近场电磁波的传输方程,可以解算出波前信息,如式(1)所示:

$$\frac{\partial I(\boldsymbol{\rho})}{\partial z} = -(\nabla I(\boldsymbol{\rho}) \cdot \nabla \Phi(\boldsymbol{\rho}) + I(\boldsymbol{\rho}) \nabla^2 \Phi(\boldsymbol{\rho})), \quad (1)$$

其中: $I(\boldsymbol{\rho})$ 为强度, $\Phi(\boldsymbol{\rho})$ 为相位, $\nabla$ 为梯度算子,得到的结果为斜率, $\nabla^2$ 为拉普拉斯算子,得到的结果为曲率。 $\boldsymbol{\rho}$ 为光瞳内坐标, $z$ 为光轴方向。由式(1)可知,解算的结果与波前的斜率曲率均有关。

对于自适应光学系统,一般离焦量仅为几个焦深,离焦星点像十分接近光瞳形状,相减后,可以认为:

$$\delta(|\boldsymbol{\rho}| - R) \cdot \nabla \Phi(\boldsymbol{\rho}) \rightarrow 0,$$

故式(1)通过近似可得式(2):

$$\frac{I_1(\boldsymbol{\rho}) - I_2(\boldsymbol{\rho})}{I_0 2\Delta z} \approx -\nabla^2 \Phi(\boldsymbol{\rho}), \quad (2)$$

其中  $\Delta z$  为  $P_1 P_2$  共轭位置相对入瞳的距离, 如式 (3) 所示:

$$\Delta z = f(f-l)/l, \quad (3)$$

设  $S = \frac{1}{\Delta z} \frac{I_2(\rho) - I_1(\rho)}{I_1(\rho) + I_2(\rho)}$ , 带入式 (2) 可以得到式 (4):

$$S = \nabla^2 \Phi(\rho). \quad (4)$$

对式 (4) 进行泊松方程的求解即可, 具体来说, 通过光轴方向差分所估计的波前曲率建立式 (4)。具体产生离焦像的方法可采用分光镜或者利用透明介质进行光程延迟。对式 (4) 两端同时进行傅里叶变换, 可得式 (5):

$$\begin{aligned} FFT(S) &= FFT(\nabla^2 \Phi(\rho)) = \\ &= -4\pi^2(u^2 + v^2)FFT(\Phi(\rho)), \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $u, v$  为空间频率。利用逆傅里叶变换, 可得式 (6), 基于式 (6) 即可获得曲率传感结果。

$$\Phi(\rho) = IFFT\left(\frac{FFT(S)}{-4\pi^2(u^2 + v^2)}\right). \quad (6)$$

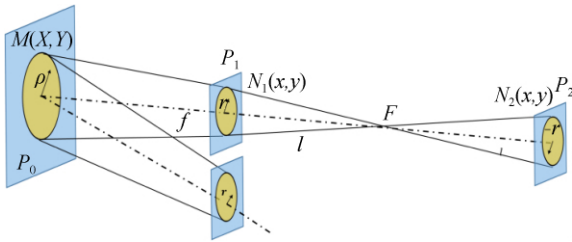


图 1 曲率传感原理

Fig. 1 Principle of curvature sensing

但是, 对于大口径大视场主动光学, 其离焦量可达到几百个焦深, 因此, 离焦星点像在像散的影响下椭圆率会非常大, 相减之后, 边缘区域面积相对增加许多, 对于求解泊松方程的精度造成影响。

### 3 连续边界分析

实际处理中, 由于边缘所占区域会被带入核心区域一起计算, 因此, 从理论分析的角度, 对边缘对大口径大视场主动光学望远镜曲率传感的影响进行分析。

分别就中心区域曲率为零与不为零的两种情况为例。

首先, 分析整体波前像散  $\Phi_5(x, y)$  斜率与曲率之间的关系, 首先整体波前像散  $\Phi_5(x, y)$  如式 (7) 所示:

$$\begin{aligned} \Phi_5(x, y) &= \alpha_5 \rho^2 \cos 2\theta = \alpha_5 \rho^2 (2 \cos^2 \theta - 1) = \\ &= 2\alpha_5 x^2 - \alpha_5 (x^2 + y^2), \end{aligned} \quad (7)$$

其中  $\alpha_5$  为整体波前像散系数。

对应的斜率如式 (8) 所示:

$$\begin{aligned} \Phi_{5-x}^S(x, y) &= \alpha_5 (4x) - \alpha_5 (2x) = 2\alpha_5 \rho \cos \theta \\ \Phi_{5-y}^S(x, y) &= \alpha_5 (2y) = 2\alpha_5 \rho \sin \theta. \end{aligned} \quad (8)$$

结合式 (1) 可得边界处的斜率如式 (9) 所示:

$$\begin{aligned} \delta(|\rho| - R) \cdot \nabla \Phi_5(\rho) &= \frac{\partial}{\partial \rho} \Phi_5(x, y) = \\ \alpha_5 2\rho \cos 2\theta &= \alpha_5 2\rho (2 \cos^2 \theta - 1) = 2\alpha_5 \frac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}. \end{aligned} \quad (9)$$

基于式 (5) 可得整体波前像散曲率如式 (10) 所示:

$$\nabla \Phi_5(x, y) = \nabla \alpha_5 [x^2 - y^2] = 0. \quad (10)$$

同理, 整体波前彗差  $\Phi_7(x, y)$  如式 (11):

$$\Phi_7(x, y) = \alpha_7 \rho^3 \cos \theta = 2\alpha_7 x(x^2 + y^2), \quad (11)$$

其中:  $\alpha_7$  为整体波前彗差系数。其斜率如式 (12) 所示:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \rho} \Phi_7(x, y) &= \alpha_7 3\rho^2 \cos \theta = \alpha_7 3\rho^2 (2 \cos^2 \theta - 1) = \\ &= 6\alpha_7 x^2 - 3\alpha_7 (x^2 + y^2). \end{aligned} \quad (12)$$

其曲率如式 (13) 所示:

$$\nabla \Phi_7(x, y) = \nabla [2\alpha_7 x(x^2 + y^2)] = 24\alpha_7 (x + y). \quad (13)$$

以此类推, 边缘斜率数据如图 2 所示。

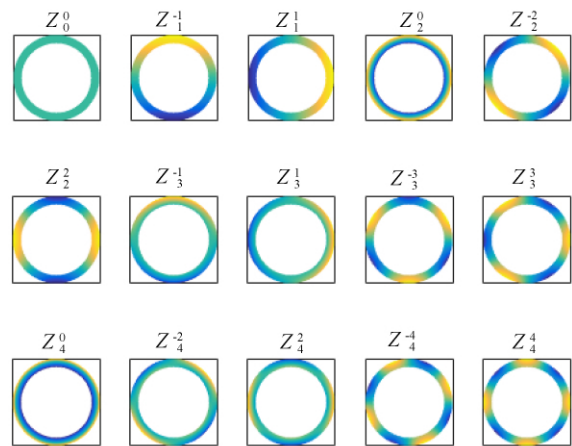


图 2 边缘斜率数据

Fig. 2 Data of slope at wavefront edge

边缘所表现的为斜率信息, 而按照曲率进行

计算时,做差可以得到连续边界所引入的误差,如图 3 所示。

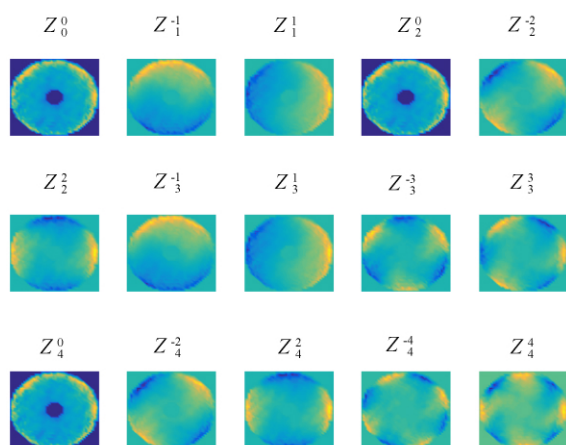


图 3 边缘斜率带入的误差

Fig. 3 Error introduced by slope at edge

边缘斜率带入误差空间频域分布如图 4 所示。边缘处是斜率与曲率差别较大,同时由于没有进行迭代优化,边缘所造成的误差在空间频率较低时更加明显。

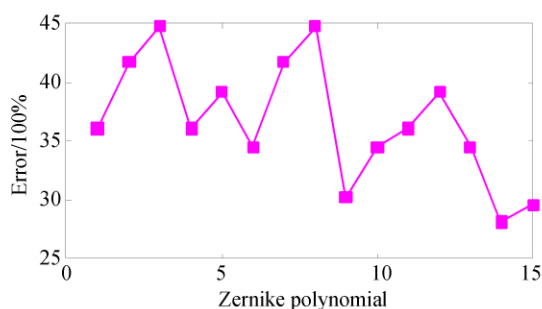


图 4 边缘斜率带入误差空间频域分布

Fig. 4 Spatial frequency distribution of error introduced by edge slope

## 4 离散边界分析

离散情况,首先分析采样率影响,在此基础上,分析离散边界的影响。

元量化误差是星点探测的重要误差来源,同时也直接影响着波前传感精度。由于探测结果是以像元的形式表达,传统的 ROI(Region of Interest)分析方法,基于高斯分布的星点像进行分析,

通过阈值法获得星点像所对应区域<sup>[16]</sup>。而对于大口径大视场望远镜而言,其视场遮拦大,获取的离焦星点图为“DONUT”形式,同时,其不圆度随着视场的增大而增加,系统离焦星点像全宽半高 $^{Def}FWHM_{Com}$ 与系统在焦星点像全宽半高 $^{foc}FWHM_{Com}$ 关系如式(12)所示。根据公式(12)可得,在焦像的 FWHM 大约为  $2''$ ,最少占 16 个像元,离焦像为  $3.6''$ ,至少 51 个像元。在此情况下,需要对元量化误差进行分析,探究目标星点的提取方法,获得元量化误差意义下最优离焦量。

$$^{Def}FWHM_{Com} \approx \sqrt{^{foc}FWHM_{Com}^2 + \left(\frac{Dl}{f^2}\right)^2}, \quad (14)$$

其中: $D$ 为口径, $l$ 为离焦量, $f$ 为焦距。

由于大口径大视场望远镜,由于光学系统本身的畸变以及像差对应关系的非线性,导致传统的定标方法精度不足。针对天基大视场观测设备所获得的图像,拟采用分割视场的方法,将大视场分割为若干个小视场,在小视场中,对天光背景、光学系统固定像差以及图像畸变等进行分块研究,可以有效地降低拟合所需要的多项式阶数,减少边界处的拟合误差。对于离焦像的信息提取,与传统 ROI 技术不同,结合视场分割,使用局部的阈值,以便提取 DONUT 像。

那么针对理想系统,引入精度所对应误差,可得波前传感器所对应的检测误差,假设曲率传感离焦量为  $2 \text{ mm}$ ,前九阶 Zernike 多项式测量误差以  $30\%$ 计,假设每次都可以完全实现曲率传感所计算调整量,当要求测量误差小于  $5\%$ 时,迭代次数为 3。因此,在粗对准环节后,通过“曲率传感—精调—曲率传感”的迭代循环,即可实现大口径大视场望远镜主动光学调节。

主焦点光学系统设计与仿真模型,如图 5 所示其设计视场为  $3^\circ$ ,取  $+1.45^\circ$ 处视场,利用曲率传感进行迭代的效果如图 5 所示,通过两步迭代其误差,将误差有效抑制。

主镜为  $600 \text{ mm}$  球面镜, $F$ 数为 4。后端共有 4 片校正镜,其中第 1,2 块透镜为双胶合透镜,用于校正部分色差。4 块改正镜的口径分别为  $260 \text{ mm}$ , $160 \text{ mm}$ , $130 \text{ mm}$ , $126 \text{ mm}$ 。

在此采用阈值法从探测结果中提取目标图像。光学仿真软件与中值滤波模拟像元合并的过程,如图 5 所示,可见四叶梁对离焦星点像的影响

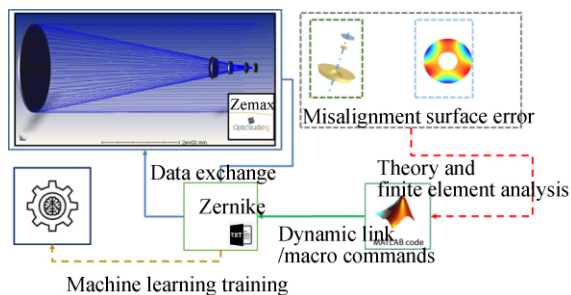


图 5 主焦点光学系统设计与仿真模型

Fig. 5 Design and simulation model of primary focus optical system

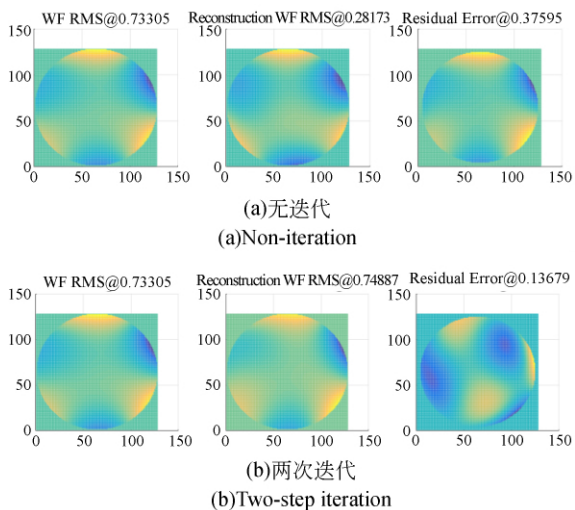


图 6 曲率传感波前重建与迭代精度分析

Fig. 6 Curvature sensing wavefront construction and iteration analyses

在元化后可以忽略不计,同时边界像素数量下降很快,基本符合指数规律。单个星点像所对应的下采样图形,对于所对应的采样方式,其形态学所含有的信息差异已经较小,处于较为平缓的部分,不会由于形态学的变化,引起测量精度的大范围波动。

利用模型进行光线追迹得到离焦星点像,对边缘像素数量与下采用率之前的关系进行分析如图所示:其信息熵的变化<sup>[17]</sup>如图 7 所示,可见当采样率低于  $10 \times 10$  后,其携带信息的能力迅速下降。

对不同的采样率下的离焦星点像边缘进行解算,可得,在较低的采样率下,由于边界所占据的额像元数减少,其误差传播效应降低。针对彗差而言,减少了 14% 以上。

利用单透镜可以对大口径大视场系统进行模

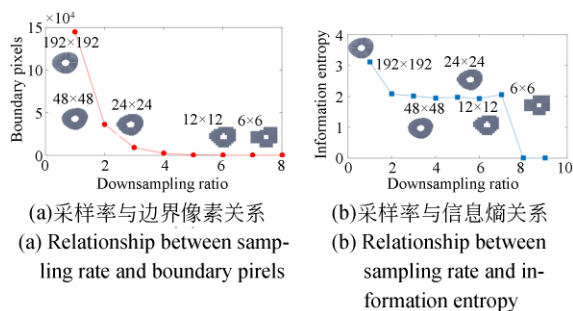
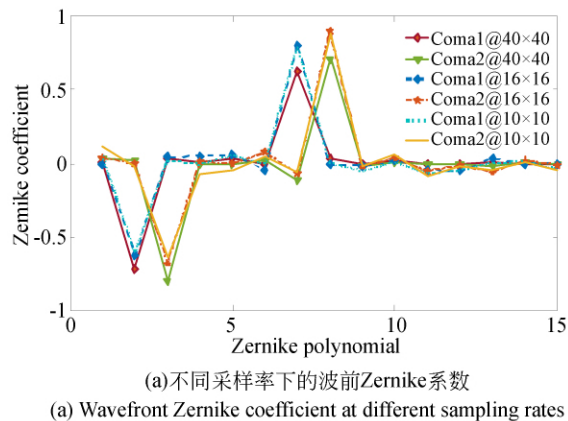
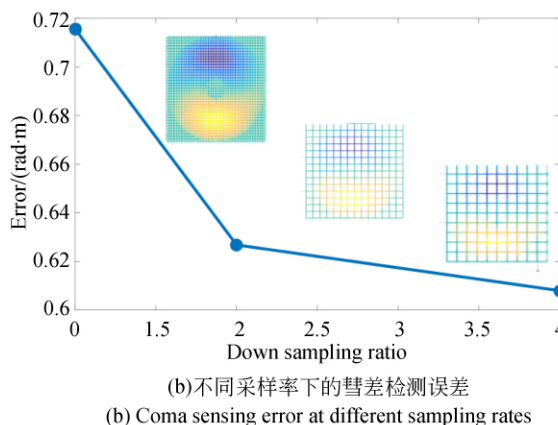


图 7 星点像下采样

Fig. 7 Under sampled donut



(a) 不同采样率下的波前 Zernike 系数  
(a) Wavefront Zernike coefficient at different sampling rates



(b) 不同采样率下的彗差检测误差  
(b) Coma sensing error at different sampling rates

图 8 星点像下采样

Fig. 8 Under sampled donut

拟与分析,采用的系统 F 数为 4,其焦前焦后的探测所得的光强分布如图 9(a)、(b)所示,通过光轴方向差分所估计的波前曲率如图 9(c)所示。利用式(6)可得波前如图 9(d)所示。实验现场如图 9(e)所示。在不同采样率( $40 \times 40$  与  $16 \times 16$ )下,彗差总体变化 20%,与仿真结果吻合。可见,采样率的变化会影响波前像差解算的空间选择性,因此,需要更多的迭代步数获取结果。但是,过多



的像元意味着离焦量较大,对探测信噪比会产生不利影响。

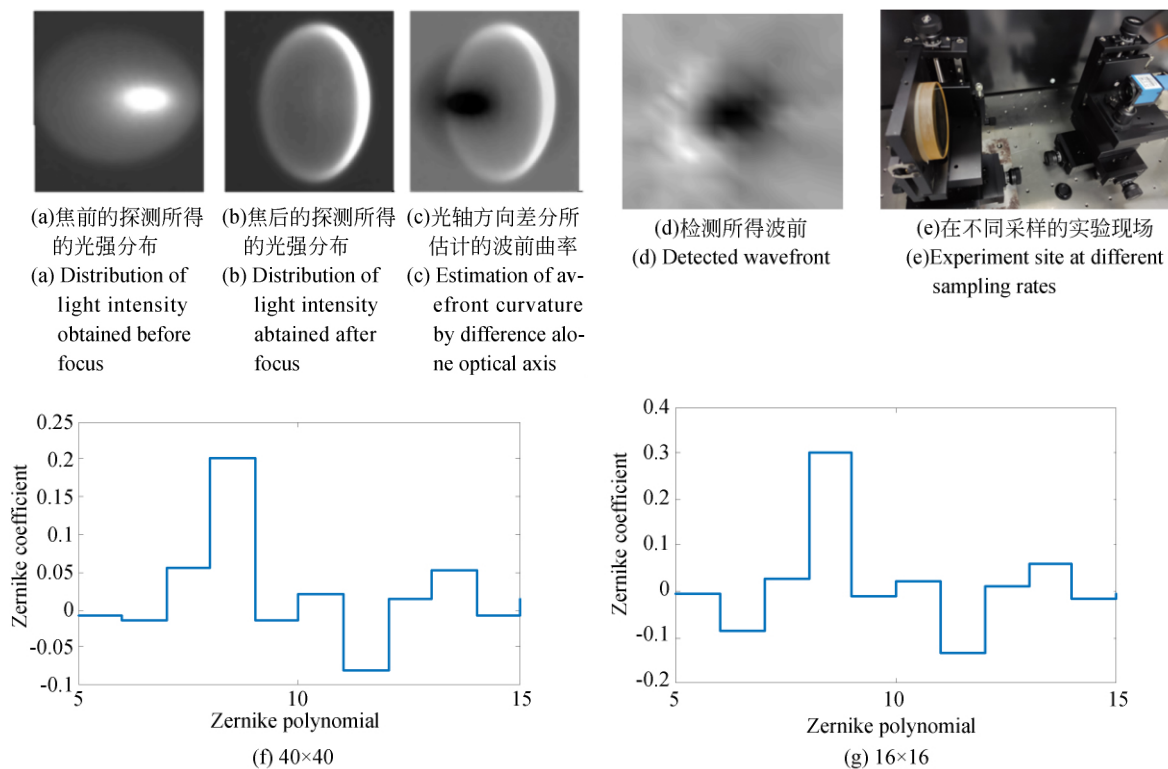


图 9 波前曲率传感演示验证实验

Fig. 9 Demonstration of curvature sensing

## 5 结 论

实验结果表明:在连续情况下,单位圆边缘引入的误差约为  $0.5 \mu\text{m}$ ;离焦星点像在 100 个像元以下,其携带信息的能力迅速下降;在接近 100 个像元时,对彗差的检测精度为  $0.035 \text{ mm}$ ,与 400 个像元时下降 14% 以上。

### 参考文献:

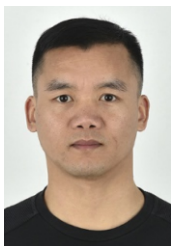
- [1] LOU Z, LIANG M, YAO D, *et al.*. Advanced optical design and manufacturing technology and astronomical telescopes and instrumentation-optical design study of the wide field survey telescope (WFST)[J]. *SPIE*, 2016, 10154: 101542A.
- [2] 李飞, 王克逸. RGB 三通道衍射望远镜光学成像系统设计[J]. *应用光学*, 2019, 40(3): 369-372.
- LI F, WANG K Y. Design of optical imaging system for RGB three-channel diffraction telescope[J]. *Journal of Applied Optics*, 2019, 40(3): 369-

因此,在采样率较低的情况下,考虑闭环主动光学的误差收敛效应,通过两次迭代,即可将误差控制在  $30 \text{ nm}$  以内,基本满足主动光学波前传感需要。如果需要得到更高精度或者更高空间分辨率,则需要悬着像元较小的探测器,根据斜率与曲率不同的数值特征,严格区分作用区域,进而分别进行求解。

372. (in Chinese)
- [3] 安其昌, 张景旭, 杨飞, 等. 大型合成孔径望远镜标准化点源敏感性分析[J]. *中国光学*, 2019, 12(3): 567-574.
- AN Q CH, ZHANG J X, YANG F, *et al.*. Normalized point source sensitivity analysis of large sparse telescopes[J]. *Chinese Optics*, 2019, 12(3): 567-574. (in Chinese)
- [4] BENITEZ N, BONGIOVANNI A, OMILL A, *et al.*. J-PAS: The javalambre-physics of the accelerated universe astrophysical survey[J]. *arXiv: Cosmology and Nongalactic Astrophysics*, 2014:

- 1403.5237.
- [5] ANGELI G Z, DIERICKX P, NEILL D, *et al.*. Overview of the LSST active optics system[J]. *SPIE*, 2014, 9150:91500G.
- [6] Y BELY. *The Design and Construction of Large Optical Telescopes* [M]. New York: Springer, 2003.
- [7] HARDY J W. Active optics: A new technology for the control of light[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1978, 66(6):651-697.
- [8] CLAVER C F, BULAU S E, MILLS D, *et al.*. Active optics upgrade to the KPNO 4-m Mayall telescope[J]. *Astronomical Telescopes and Instrumentation*, 2000, 4003: 136-145.
- [9] WOODS D F, SHAH R Y, JOHNSON J A, *et al.*. Space Surveillance Telescope: focus and alignment of a three mirror telescope[J]. *Optical Engineering*, 2013, 52(5): 053604.
- [10] ANGELI G Z, XIN B, CLAVER C F, *et al.*. Real time wavefront control system for the Large Synoptic Survey Telescope (LSST) [J]. *SPIE*, 2014, 9150:91500H.
- [11] BISSONAUTH N, CLARK P J, DALTON G B, *et al.*. Image analysis algorithms for critically sampled curvature wavefront sensor images in the presence of large intrinsic aberrations[J]. *SPIE*, 2004: 738-747.
- [12] DUNHAM E W, SEBRING T A. A prime focus camera for the discovery channel telescope [J]. *SPIE*, 2004: 1471-1479.
- [13] HARBECK D R, BOROSON T, LESSER M, *et al.*. The WIYN one degree imager 2014: performance of the partially populated focal plane and instrument upgrade path [J]. *SPIE*, 2014, 9147: 91470P.
- [14] XIN B, CLAVER C, LIANG M, *et al.*. Curvature wavefront sensing for the large synoptic survey telescope[J]. *Applied Optics*, 2015, 54(30): 9045-9054.
- [15] HOLZLOHNER R, RAKICH A, NOETHE L, *et al.*. Fast active optics control of wide-field telescopes based on science image analysis[C]. *Advances in Optical and Mechanical Technologies for Telescopes and Instrumentation. International Society for Optics and Photonics*, 2014.
- [16] ROODMAN A, REIL K, DAVIS C J, *et al.*. Wavefront sensing and the active optics system of the dark energy camera[J]. *SPIE*, 2014, 9145(1):51-79.
- [17] LIEBE C C. Accuracy performance of star trackers-a tutorial[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2002, 38(2): 587-599.
- [18] 杨鹏,刘德儿,李瑞雪,等. 结合信息熵与低秩张量分析的金属零件破损检测[J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(21): 211006.
- YANG P, LIU D E, LI R X, *et al.*. Damage detection of metal parts by combining information entropy and low-rank tensor analysis[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(21): 211006. (in Chinese)

## 作者简介:



肖春生(1984—),男,江西萍乡人,工程师。2008 于海军大连舰艇学院获得工学学士学位,2018 年于海军大连舰艇学院获得硕士学位,主要从事光学装备系统论证与应用方面的研究。E-mail: xiao\_chunsheng@163.com

## 通讯作者:



安其昌(1988—),男,山西太原人,助理研究员,中科院青年创新促进会成员,2011 于中国科学技术大学获得工学学士学位,2018 年于中国科学院大学获得博士学位,主要从事大口径光机系统集成检测方面的研究。E-mail: anjj@mail.ustc.edu.cn