文章编号:1001-5078(2021)10-1314-07

· 激光应用技术 ·

# 海洋水气界面对光学成像探测影响的研究

钟一鸣<sup>1,2</sup>,张 达<sup>1,3</sup>
(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所,长春 130033;2. 中国科学院大学,北京 100049;
3. 中国科学院大学 材料与光电研究中心,北京 100049)

摘 要:利用激光进行主动成像探测正在海洋探测发挥越来越重要的作用。波涛起伏的海面 是一个复杂折射系统,能够对跨介质的水下目标光学成像探测产生复杂影响。为了研究海面 起伏对光学成像的影响,本文先以 Gerstner 波为对象从机理上进行了分析,得出只有在大角度 入射,也就是光入射到海浪波峰附近的小范围区域中时,海面折射才会对探测产生较大影响。 接着本文使用基于 Phillips 海浪谱的统计波模型建立了模拟海面,并统计了垂直光照条件下入 射角,发现绝大多数都是小角度角;然后分析了折射后各点光线的具体偏折情况;最后进行了 成像模拟,用结构相似度(SSIM)评价了不同海况下的图像质量。研究结果说明海面起伏对探 测的影响较小且对光在各处的削弱均匀,没有呈现与水面对应的复杂情况;图像质量随海况等 级的提升而指数下降。

关键词:海洋光学;水下目标探测;海面模拟;统计波模型

中图分类号:P733.3;TN249 文献标识码:A DOI:10.3969/j.issn.1001-5078.2021.10.008

# Research of the influence of sea surface of air and water to the optical imaging detection

ZHONG Yi-ming<sup>1,2</sup>, ZHANG Da<sup>1,3</sup>

(1.Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Science, Changchun 130033, China; 2.University of Chinese Academy of Science, Beijing 100049, China

3. Materials and Optoelectronics Research Center, University of Chinese Academy of Science, Beijing 100049, China)

**Abstract**: Active imaging detection using laser is becoming more and more important in exploring ocean. The sea surface is a complex refraction system that can influence the crossing media detection of underwater objects complicatedly. This paper first take Gerstner wave as object to make an analysis in mechanism so as to find the influence of waving sea surface to light. It is concluded that only the incident angle is quiet big, which means light incoming to the small area near the wave crest, the refraction of the sea surface will have a great influence on the detection. Then the simulated sea surface based on Statistical Wave Model using Phillips Spectrum was formed and the statistics of incident angles in each point of model was made, finding that most of angles are small. Then specific deflections of rays at every point in simulated surface are shown. At last imaging simulation is shown and evaluated by the structure similarity theory (SSIM). The research results indicating that waving sea surface can cause little disturbance in detection and decay the amplitude evenly, which is not as complicated as water surface showing. Image quality will decrease exponentially with state of sea scale increase.

Keywords: ocean optics; underwater target detection; simulating sea surface; statistical wave model

作者简介:钟一鸣(1993-),男,硕士研究生,主要从事光学成像探测方面的研究。E-mail:dhzhongym@163.com

通讯作者:张 达(1981-),男,博士,研究员,主要从事光电探测技术,光谱成像技术方面的研究。

基金项目:国家自然科学基金项目(No. 41405021)资助。

E-mail:zhangda@ciomp.ac.cn

收稿日期:2020-12-30;修订日期:2021-01-26

# 1 引 言

随着人类对海洋资源需求的增大,海洋探测技术 得到了很大发展。1963年,Duntley等人发现460~ 580 nm的蓝绿光在水中的衰减系数较小<sup>[1]</sup>,这一透 光窗口的发现极大刺激了海洋光学的发展,海洋光学 探测由此蓬勃发展起来,然而在实际探测中却存在很 多问题,海面的折反射就是其中之一。起伏的波浪使 得海面成为了一个动态、复杂的折射系统,这将对光 学主动成像探测产生干扰。随着激光器技术的发展, 使用小型化的机载激光器从空中探测水下目标已成 为水下目标探测的重要手段<sup>[2-4]</sup>,机载探测灵活性 高,探测范围大,适应性强,很适合我国周边复杂水域 的探测,研究海面对光学成像探测的影响对于实际的 探测活动具有重要的应用价值。

在水下成像探测过程中光从空中穿过水面进入 水体,经过目标物体的反射后回到探测器被接收,经 过了空气传播、水气界面折射、海水的吸收和散射、 目标表面反射这些过程。其中水气界面的折射会经 过2次,这将产生探测光振幅的非均匀变化和依赖 于波浪特征的光线传播路径偏折。空气的影响可以 忽略,因为除了海雾这类特殊气象条件外空气产生 的折射率变化很小<sup>[5]</sup>。

为了研究海面折射的具体影响程度,需要对实际海面进行仿真模拟进而做成像模拟。本文将从Gerstner 波模型开始分析折射的影响,然后根据统计波模型仿真海面从而具体分析海面折射的影响,最后展开相关的成像模拟并分析图像质量。

#### 2 海面折射对光振幅的影响

#### 2.1 基于 Gerstner 波的分析

Gerstner 波模型由 Gerstner 于 200 年前提出<sup>[6]</sup>。 1986 年 Peachey 指出该理论可用于水面波动的模 拟。Gerstner 波模型可以较好地表征海浪波峰较陡 峭、波谷较为平坦的物理特性,并且能够模拟海浪波 峰卷曲的那部分<sup>[7]</sup>。利用 Gerstner 波模型可以有效 的分析海面对光的折射。

对海面上一点  $x_0 = (x_0, y_0)$ , 设其高度  $z_0 = 0$ , 则当振幅为 A 的波浪经过时,海面上的点 x = (x, y)在 t 时刻满足:

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_0 - \frac{\boldsymbol{k}}{k} A \sin(\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{x}_0 - \boldsymbol{\omega} t)$$
 (1)

对应的高度为:

$$z = A\cos\left(\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{x}_0 - \boldsymbol{\omega}t\right) \tag{2}$$

其中,k为波矢,其大小满足  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  为波长; $\omega$  为与波矢对应的频率。x 为一维时,可以得到如图 1 的海浪的横截面形状。



图 1 基于 Gerstner 波的海浪轮廓

Fig. 1 Outline of the sea wave based on Gerstner wave

当探测光从正上方入射水面时,入射角由于海面存在尖峰状而变化较大。根据折射的 Snell 定律:  $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$  (3)

以及 Fresnel 公式:

$$\begin{cases} \rho_s = \frac{E_{s_2}}{E_{s_1}} = \frac{2\sin\theta_2\cos\theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \\ \rho_p = \frac{E_{p_2}}{E_{p_1}} = \frac{2\sin\theta_2\cos\theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2)\cos(\theta_1 - \theta_2)} \end{cases}$$
(4)

可以得到探测光入射海面后光振幅的变化,其中 n 代表折射率, $\theta$  代表角度,下角标中的 1 和 2 分别对应入射和折射, $E_s$  和  $E_p$  是光的互相垂直的两偏振分量的振幅。海水的折射率受其成分影响,平均为 1.34,带入  $n_2$  = 1.34,利用公式(3)和公式(4)可以得到如图 2 的 $\rho_s$  与 $\rho_n$  的变化关系。

从图2可知当入射角较小时,也就是光线在海 面上相对平缓的地方入射时,透射系数基本不变, 折射只起到削弱振幅的作用;当入射角在5π/16 以上时,透射系数随角度增大而快速减小,不同偏 振方向的透射系数也出现不同,这相当于探测中 引入了额外的偏振度变化。根据 Gerstner 波模型, 这种情况只会出现在海浪的波峰附近。为了探究 大角度折射区域的面积占比及分布,需要使用更 加精细的模型。



(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

2.2 基于统计波模型的分析

海面模拟有着重要的应用价值,包括民用的电影、 游戏,到军用的战场环境模拟等。发展至今已有多种 理论方法,按照模拟对象可分为基于静态纹理的,基于 高度场的和基于粒子系统的<sup>[8]</sup>,目前应用最多的是基 于高度场的方法,但也有不少学者将这些不同方法相 结合使用,以达到减少计算量或提升真实度的目 的<sup>[9-13]</sup>。统计波模型是典型的基于高度场的方法,该 模型认为海面由大量的正弦与余弦波叠加而成,具体 的叠加方式由长期的实际观测统计得出。利用傅里叶 变换能够快速高效的处理正、余弦波,因此统计波模型 被大量应用,成为当今海洋模拟的主要方法。

在统计波模型下,海面上每个点的高度可以表示为h(x,t),x = (x,y)表示该点的水平位置,t表示时间,则h满足:

$$h(x,t) = \sum \widetilde{h}(k,t)e^{ik\cdot x}$$
(5)

其中,  $L_x$  与  $L_y$  分别表示模拟海域大小的长度和宽度;  $N_x M$  是对应  $L_x, L_y$  方向的采样点数目;  $k = (k_x, k_y), k_x = 2\pi n/L_x, k_y = 2\pi n/L_y, x = (x, y) = (nL_x/N, mL_y/M), n 和 m 是满足 - N/2 ≤ n < N/2 及 - M/2 ≤ m < M/2 的整数; <math>\tilde{h}(k,t)$  即是 h(x,t) 的频域谱系数。0 时刻的频域振幅可以写成<sup>[14]</sup>:

$$\tilde{h}_{0}(k) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\xi_{r} + i\xi_{i}) \sqrt{P_{h}(k)}$$
(6)

式中,  $\xi$ , 和 $\xi_i$ 是满足均值为0,标准差为1的互相独 立的两个随机数;  $P_h(k)$ 是波浪谱,由人们经过长期 的观察和统计得到,常用的波浪谱有 Pierson-Moskowitz 谱(P-M 谱), ISSC 谱, JONSWAP 谱, Wallops 谱,文圣常谱, Phillips 谱等,其中 Phillips 谱的形式 相对简单,需求参数较少,成为现在海面模拟中的常 用谱。Phillips 谱的函数表达式为:

$$P_{h}(k) = A \frac{\exp(-1/(kL)^{2})}{k^{4}} |\widetilde{k} \cdot \widetilde{\omega}|^{2} \qquad (7)$$

其中, *A* 是 Phillips 谱的谱常数<sup>[15]</sup>。 $k = |k|, \tilde{k} \approx \omega$ 分 别是归一化的海浪波矢和风向矢量。 $L = v^2/g$ , 是由 风速 v 产生的最可能的波, g 是重力加速度。任意 时刻海面频谱高度  $\tilde{h}(k,t)$  为:

$$\widetilde{h}(k,t) = \widetilde{h}_0(k) e^{i\omega(k)t} + \widetilde{h}_0^*(-k) e^{-i\omega(k)t}$$
(8)

在深水区域时,  $\omega(k) = \sqrt{gk}$ 。根据公式(5)~(8) 可以得到如图 3 的基于 Philips 谱的统计波海面模型。

图 3 是区域大小  $L_x \times L_y = 1000 \text{ m} \times 1000 \text{ m}$ ,采样 点数 M = N = 512,风速是 v = 3 m/s的轻风,零时刻 下的模拟结果。由于风速小,产生的是对应浪高不 超过 0.3 m 的小浪,属于 2 级海况。根据模拟数据 可以求得曲面各个采样点处的法向量,假设理想的 平行光垂直入射,利用各点法向量可以求出各点的 探测光入射角。由于采样点多且其角度值的分布分 散,采用了统计累计频率,统计结果如下图 4。可以 看到绝大多数入射角都较小,最大不超过 3 $\pi$ /16。 将风速 v 改为 10 m/s,属于劲风范围内偏大的风速, 对应产生平均浪高 2 m,最大 2.5 m 的中浪,属于 4 级海况,此时波浪特征明显。入射角角度累计频率 为了便于比较并入图 4,如虚线所示。



statistical wave model using Phillips spectrum

比较图 4 数据,增大风速后的角度分布变得分 散,但还是小角度为主。此风速下已经需要帆船缩 帆,足以影响飞行器的活动。当风速进一步升高后 风将会破坏浪尖,形成大量的卷浪和碎浪,已经不能 够用正余弦波的叠加来描述海浪,而是需要用基于 流体力学的物理模型来描述。



angle changing with incident angle enlarging

3 海面折射对光线的偏折

海面折射会对探测光线产生不同程度的偏折, 为了提升探测效果,有必要分析海面各点对光线的 偏折大小及分布。利用折射定律的矢量形式可以算 出折射光的单位方向矢量。设空间坐标系中平面 xy 与海面平行, z 垂直于海面,取向上为正。利用模 拟海面可以得到海面各点的单位法向量  $N = (n_x, n_y, n_z)$ ,平行光垂直入射海面,其单位向量 A = (0, 0, -1),折射光线的方向向量为 A',如图 5 所示。



Fig. 5 The sketch of refraction at surface of sea 矢量形式的折射定律为.

$$\left( p - \sqrt{p'^2 - p^2 + p^2 \cos^2 l} - p \cos l \right)$$

$$\begin{cases} p = \sqrt{n} & n + n \cos r & n\cos r \\ n'A' = nA + pN \end{cases}$$
(9)

其中, n'和 n分别是折射介质和入射介质的折射 率; I表示入射角,满足 cos $I = \frac{-A \cdot N}{|A| \cdot |N|} = n_z$ 。

折射光线的方向矢量 A' = (x,y,z) 中 x,y 的大 小反应了偏折程度。为了了解 A' 中 3 个分量的具 体大小及分布情况,将折射光向量的 3 个分量分别 提取出来,得到图 6。对比图 6 中纵坐标可以看出



虽然存在很多极值点,但是其值的范围有限; x、y方向上的分量的值都很小,方向向量在 z 方向上的值 占据绝对优势,因此大部分光线都基本维持了其传 播方向;极值点的杂散分布的特征近似噪点,难以形 成规模效应破坏成像的图形结构。

## 4 海面折射对成像的影响

为了能够更好地说明海面折射对成像的影响进行了成像模拟。模拟区域是 10 m×10 m 的方形区域,风速设定 3 m/s 属于轻风,采样点 500×500,结果如图 7 所示。其中海面高度分布在-0.3~0.35 m 之间属于 2 级海况。

假设入射的探测光是经过光束整形的理想平行 光,忽略空气的影响,垂直入射海面,各处的光强均 为1;海水水体清澈,只考虑吸收,忽略散射;海水的 消光系数是0.035,被探测物体是处于水深5m处, 表面反射率60%的平面。



图 7 10 m×10 m 的方形模拟海面 Fig. 7 Simulated sea surface with the square region of 10 m×10 m

光线折射后传播方向的变化加上海面各处的 高度不同使得不同位置的光线在水体中传播的距 离不同,尤其是折射将使得水下光强分布不再均 匀,部分区域的光线会变得密集,部分变得稀疏。 为了描述这些特点,根据采样点计算了其上的每 一条光线。光线经过反射回到水面上时其水平坐 标已经发生变化,考虑到光速很快,可以认为水面 没有变化。具体的出射点位置判断复杂,这里简 化为将出射点高度锁定为水平面,对应海面上的 折射位置由对应的出射点的平面坐标确定。由于 海面是根据网格建立的,本质上还是离散元素构 成的矩阵。当出射点的水平坐标在网格点坐标的 间隙时,根据相邻点的法线采用双线性插值补全 出射点处的法线。

根据 Fresnel 公式,光在发生折射时,透射率 满足:

$$\begin{cases} T_{s} = \frac{\sin 2\theta_{1} \sin 2\theta_{2}}{\sin^{2}(\theta_{1} + \theta_{2})} \\ T_{p} = \frac{\sin 2\theta_{1} \sin 2\theta_{2}}{\sin^{2}(\theta_{1} + \theta_{2}) \cos^{2}(\theta_{1} - \theta_{2})} \end{cases}$$
(10)  
$$\forall T = \frac{1}{2} \frac{1}{2$$

$$T = \frac{1}{2} (T_s + T_p)$$
(11)

对于自然光的计算结果如图 8(a) 所示。可以 看到图像几乎是纯色的,说明各个像素的灰度很接 近。对各相对光强的出现次数的累计概率统计如图 9,发现其数值分布非常集中,原因是忽略水体散射 后的光强变化主要由水体吸收产生,根据 Lambert-Beer 定律与设定的表面反射率,不考虑折射时初始 光强  $I_0$  与出射水面的光强 I 满足  $I = I_0 e^{-0.035 \times 10} \times 0.6$ = 0.4228 $I_0$ 。为了体现出灰度值的差异,根据图 9 的 结果缩小灰度显示范围至 0.4~0.41(小于 0.4 置 0,大于 0.41 置 1)得到图 8(b)。从图 8(b)可以看 到与图 7 的呈现高度相关。









明如果探测目标的运动速度低,通过延长探测时间取均值的方法可以有效抑制折射影响。由图 8 (b)可以推测:折射影响与海面波浪的关联性给予了观测波浪一种有效的手段,即通过在浅层水域布置反射片就能通过光探测反演海浪的分布与高度。

为了对改变探测深度产生的图像变形作进一步 研究,采用了图 7 的模拟水面进行了成像模拟。忽 略光强的衰减,原图像及模拟结果如图 10。可以看 到随着水深的增加图像的分辨率不断降低,中心处 的高分辨率部分受到明显的破坏。

评价海面折射对图像变形的影响需要引入图像 质量评价。像素位置变动引起的图像结构的变化是 关注重点,针对图像的结构特征采用了结构相似度 (Structure Similarity, SSIM)评价标准<sup>[16]</sup>。SSIM 函 数表达式如下:

SSIM  $(x,y) = l^{\alpha}(x,y)c^{\beta}(x,y)s^{\gamma}(x,y)$  (12)

其中, x和 y分别对应参考图像和待测试图像, l(x,y)、c(x,y) 和 s(x,y) 是分别从灰度,对比度和 结构 3 个角度衡量图像差异的函数,  $\alpha$ 、 $\beta$  和  $\gamma$  是 3 个常数,用以调整 l(x,y)、c(x,y) 和 s(x,y) 3 个衡 量因素 在总评价标准中的重要性比重。l(x,y)、 c(x,y)和 s(x,y)的表达式为:

$$l(x,y) = \frac{2\mu_x \mu_y + c_1}{\mu_x^2 + \mu_y^2 + c_1}$$
(13)

$$c(x,y) = \frac{2\sigma_x \sigma_y + c_2}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + c_2}$$
(14)

$$s(x,y) = \frac{\sigma_{xy} + c_3}{\sigma_x \sigma_y + c_3}$$
(15)

其中, $\mu_x$ 和 $\mu_y$ 分别是参考图像和待测图像的像素灰 度均值; $\sigma_x$ 和 $\sigma_y$ 则分别是对应图像的方差; $\sigma_{xy}$ 是 协方差; $c_1,c_2,c_3$ 是3个常数;用以防止分母接近零 时造成的函数不稳定。 $c_1,c_2,c_3$ 的取值参考 $c_1 = (k_1L)^2, c_2 = (k_2L)^2, c_3 = c_2/2, k_1 和 k_2$ 是小于1的常 数; *L* 是像素的值的范围,例如对于8 位像素 *L* = 255。

现取  $k_1 = 0.01, k_2 = 0.03, L$  因为是 8 位灰度 图像取 255,为了突出结构差异,  $\alpha, \beta \pi \gamma$  分别取 值 1,1,2。SSIM 的计算结果在区间(0,1],当待测 图像与原图像完全一致取最大值 1,反之 SSIM 的 值越小说明差异越大。根据公式(12)~(15)即可 得到 SSIM 计算结果。由于水面模拟中用到了大 量随机数,其结果具有一定的随机性。为了提高 结果的可靠性,需要在相同固定参数下得到不同 随机数产生的模拟水面的数据。统计结果后得到 如图 11 的折线图,曲线 1~6 是分组,同一个组的 模拟海面相同。



可以从图 11 中看到随着水深的增加 SSIM 匀速减 小,原因是模拟过程中忽视了海水水体的散射。编号 2 到 6 的 5 组数据接近,表明在影响水面的各因素如风 速等一定时海面折射的影响存在一定的限制范围。

以上是模拟浪高 0.34 m 左右的 2 级海况下的 结果,根据图 12 排除偏差较大的第 1 组数据取均值 得到探测水深 5 m 时 SSIM 为 0.7283。在不同海况 下,由于海面模拟存在随机性,因此模拟时需要对一 种海况的水面做多次模拟取平均值。



为了便于比较,把探测深度固定为5m,只改变 风速和海浪谱常数A。水体的光吸收和探测目标的 表面反射等各参数都不变,不同海况下图像的 SSIM 计算结果如图12所示,其中各点为具体计算结果, 连线的点为平均值。



从 SSIM 平均值来看,图像的结构相似性在减 小且减小的速度增大,说明水面折射的干扰随着海 况等级的增大越来越严重。从单一海况来看,随着 海况等级增加水面的不稳定性也在增加。在0级海 况中,由于海面只有波纹这样起伏很小且分布均匀 的干扰因素存在,每次水面模拟的结果相似度较高, 对应的 SSIM 计算结果接近。随着海况等级增大, 水面渐渐开始允许如图 8 左上那样的大规模波浪存 在,这种波浪能对成像产生较大的影响。随着海况 等级的增大这种大规模的波浪变的面积更大和高度 更高,加上其出现位置的随机性,直接体现是每次水 面模拟的结果差距较大,进而使得 SSIM 计算结果 存在较大的差异。

## 5 结 论

本文对跨介质海洋光学探测中的海况影响因素 进行了研究,提出了利用 Gerstner 波模型分析具体 影响,然后利用统计波模型模拟实际海面,最后针对 不同海况进行了成像模拟并结合 SSIM 图像评价方 法给出了不同海况对水下目标探测像质的影响。研 究发现由于实际能对探测产生足够影响的大角度角 的占比很小使得海面折射的影响较为平均,根据探 测深度和海况等级进行的实际成像仿真与 SSIM 图 像评价理论表明海面折射对成像的影响随深度均匀 增大,随海况等级指数增大。受限于实时性和计算 量,本文采用的统计波模型与实际情况相比存在一 定差距,小范围的强干扰因素如泡沫、碎浪、卷浪等, 其影响范围和程度有待于后续进一步的研究。

#### 参考文献:

-26.

- [1] Duntley S Q.Light in the Sea[J]. Journal of the Optical Society of America, 1963, 53(2):214-233.
- [2] He Sailing, Chen Xiang, Li Shuo, et al. Small hyperspectral images and lidars and their marine applications [J]. Infrared and Laser Engineering, 2020, 49(2):13-26.(in Chinese)
  何赛灵,陈祥,李硕,等.小型高光谱图谱仪与激光雷达及其海洋应用[J].红外与激光工程, 2020, 49(2):13
- [3] Wang Yu, Zhang Yushi, Zhao Yiming, et al. A new kind of lidar for spilt marine oil: China, CN201811303361.8[P].
  2019-02-01.(in Chinese)
  王钰,张玉石,赵一鸣,等.一种海洋溢油探测激光雷达:中国,CN201811303361.8[P].2019-02-01.
- [4] Qin Haiming, Wang Cheng, Xi Xiaohuan, et al. Development of airborne laser bathymetic technology and applications[J].Remote Sensing Technology and Application,2016,31(4):617-624.(in Chinese) 秦海明,王成,习晓环,等.机载激光雷达测深技术与应用 研究进展[J].遥感技术与应用,2016,31(4):617-624.
- [5] Zhang Jinpeng. Methods of retrieving tropospheric ducts above ocean surface using radar sea clutter and GPS signals[D].Xi'an: Xidian University, 2012, 12D. (in Chinese)

张金鹏.海上对流层波导的雷达海杂波/GPS 信号反演 方法研究[D].西安:西安电子科技大学:2012,12D.

- [6] R Peachey. Modeling waves and surf [J]. Proceedings of SIGGRAPH'86,20(4):65-74.
- [7] A Fournier, W T Reeves. A simple model of ocean waves[J].Proceedings of SIGGRAPH'86,20(4):75-84.
- [8] Xu Yibo. Design and implementation of real-time rendering algorithms for ocean water surface and volume
  [D].Hangzhou:Zhejiang University,2013.(in Chinese)
  徐以波.海面及水体实时绘制算法的设计与实现[D].
  杭州:浙江大学,2013.

- [9] He Sihua, Wu Chunguang, Cong Bing, et al. Simulation of sea surface based on improved two-dimensional fractal model[J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2017, 38(5):155-158.(in Chinese)
  何四华, 吴春光, 丛滨,等.基于改进二维分形模型的海面模拟方法[J]. 兵器装备工程学报, 2017, 38(5):155-158.
- [10] Zhang Wei, Jiao Nie. Statistical realisation of CWMFSM for scattering simulation of space-time varying sea surface
   [J]. International Journal of Remote Sensing, 2019, 40

   (1):332-345.
- [11] Peng Jing, Lu Xiao, Li Hui, et al.Simulation of sea surface waves based on projected grid method [J]. Journal of Wuhan Institute of Technology, 2018, 40(5):559-564. (in Chinese) 彭晶,陆晓,李晖,等.基于投影网格算法的海面波浪模 拟[J].武汉工程大学学报,2018,40(5):559-564.
- [12] J M Varela, German Rodriguez, C Guedes Soares, et al. Comparison study between the fourier and the hartley transforms for the real-time simulation of the sea surface elevation[J].Applied Ocean Research, 2018:74.
- [13] Zaron E D.Simultaneous estimation of ocean tides and underwater topography in the weddell sea[J].Journal of Geophysical Research: Oceans, 2019.
- [14] Gholami A, Saghafifar H. Simulation of an active underwater imaging through a wavy sea surface [J]. Journal of Modern Optics, 2018,65(1):1-9.
- [15] Chen Lining, Jin Yicheng, Ren Hongxiang, et al. On selection and parameter calculation of wave spectra in ocean wave rendering[J].Computer Science, 2013, 40(7):283-288.(in Chinese)
  陈丽宁,金一丞,任鸿翔,等.海浪绘制中波浪谱的选择

和参数计算[J].计算机科学,2013,40(7):283-288. [16] Zhou Wang,Bovik A C,Sheikh,H R,et al.Image quality assessment: from error visibility to structural similarity [J]. IEEE Transactions on Image Processing: a

13(4):600-601.

Publication of the IEEE Signal Processing Society, 2004,