

文章编号 1004-924X(2021)01-0072-12

基于光程变化量的反射式光学系统敏感度 理论分析与降敏设计方法

孟庆宇^{1,2}, 汪洪源^{1*}, 王 维², 秦子长^{2,3}, 王晓东²

(1. 哈尔滨工业大学 空间光学工程研究中心, 黑龙江 哈尔滨 150001;

2. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130031;

3. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要: 光学系统的最终性能不仅取决于其理论设计结果, 更重要的是取决于光学系统建造过程中对于面形加工、装调位置和系统稳定性等误差因素的控制。为了探究反射式光学系统误差敏感度的影响因素及规律, 以同轴两反式光学系统作为研究对象, 提出了采用失调误差引起的光程变化量作为光学系统误差敏感程度的评价标准, 理论推导了由反射镜位置失调因素引起的光程变化量的数学解析表达式, 通过一套标准 Ritchey-Chretien 系统, 并应用光线追迹的方法, 计算了各项失调扰动情况下所产生的实际光程变化量, 与理论推导值对比, 相对误差均在 1% 左右, 证明了光程变化量理论表达式的正确性。在光程变化量理论研究的基础上, 提出并建立了基于光程变化量作为评价准则的同轴反射式光学系统降敏设计方法。以一个焦距为 5 600 mm 的同轴两反系统为例, 通过 15 轮迭代优化, 设计了同时满足光程变化量与波像差指标的光学系统, 并通过光程变化量与波像差改变量的关系, 验证了光程变化量作为敏感度评价标准的正确性和降敏设计方法的有效性。

关键词: 光学设计; 反射式光学系统; 敏感度; 降敏设计方法; 光程变化量

中图分类号: O439 **文献标识码:** A **doi:** 10. 37188/OPE. 20212901. 0072

Sensitivity theoretical analysis and desensitization design method for reflective optical system based on optical path variation

MENG Qing-yu^{1,2}, WANG Hong-yuan^{1*}, WANG Wei², QIN Zi-chang^{2,3}, WANG Xiao-dong²

(1. *Optical Engineering Research Centre for Space Optical Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;*

2. *Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130031, China;*

3. *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)*

* *Corresponding author, E-mail: fountainhy@hit.edu.cn*

Abstract: The final performance of an optical system depends not only on its theoretical design, but more importantly, on various error-causing factors such as surface processing, alignment position, and system

收稿日期: 2020-11-13; **修订日期:** 2020-11-23.

基金项目: 中国科学院战略性先导科技专项(No. XDA17010205); 国家自然科学基金资助项目(No. 61705220); 中国科学院青年创新促进会项目(No. 2019219)

stability during its construction. To explore the influencing factors and the error sensitivity of a reflective optical system, a coaxial two-mirror system is considered as the research object. The optical path variation (OPV) caused by a misalignment error is proposed as the evaluation index of the error sensitivity of the optical system, and the mathematical expression of the OPV caused by the mirror position misalignment factor is deduced theoretically. By using a standard Ritchey-Chretien system and the ray tracing method, the OPV caused by various disturbances is calculated. Compared with the theoretical value, the relative error is approximately 1%, which proves the accuracy of the theoretical expression of the OPV. Based on the theoretical study of OPV, a desensitization design method for a coaxial reflective optical system with an OPV is proposed and established. Considering a coaxial two-mirror system with a focal length of 5 600 mm as an example, an optical system that meets the OPV and wavefront error index is designed after 15 rounds of iterative optimization. The accuracy of the OPV as the sensitivity evaluation standard and the effectiveness of the desensitization design method are verified by the relationship between the OPV and the wavefront error modification.

Key words: optical design; reflective optical system; sensitivity; desensitization design method; optical path variation

1 引言

反射式光学系统已有400余年的发展历史^[1],并广泛地应用于大型光学系统中。从20世纪至今,随着宇宙科学、地球观测等领域对高分辨率成像的需求,大口径、长焦距反射式光学系统的体积越来越大,光学系统的焦距已增长到数十米至数百米的尺度,口径尺寸达到了数米至数十米的量级。反射式光学系统虽然构型相对简单,光学元件数量少,但随着焦距与口径的增大,光学系统的加工难度与装调敏感剧增,这为大型光学仪器的实现带来了挑战,消耗了巨大的经济与时间成本^[2-3]。

光学系统的最终性能不仅取决于光学设计结果的好坏,还取决于建造过程中对于面形加工、装调位置、系统稳定性等各项误差因素的控制,而从过往经验来看,这些实际误差因素在光学系统设计中占据主导地位^[4-5]。针对这一问题,在大口径、长焦距反射式系统的研制当中,一方面要通过CAA、主动光学、精密温控、高刚度高稳定性光机结构等手段实现更高精度的误差控制^[6-12];另一方面,也必须对光学系统的误差敏感性进行研究,探究光学系统误差敏感性的因素及影响规律,寻找光学系统的降敏设计方法,降低

光学系统成像质量对误差控制精度的依赖,这对于降低大口径长焦距光学系统的建造难度、时间成本和经济成本具有重要的意义。

目前,针对光学系统的降敏设计方法主要有6种^[13]:第一种是全局搜索优化法^[14];第二种是全差分波前误差集成优化法,该方法依靠设计软件的宏命令,在优化过程中程序不断返回可以反应光学系统敏感度的波前差分值,进而获得敏感度较优方案;第三种是光线折射角、入射角优化法^[15-16];第四种是降低光学表面倾斜对轴向彗差影响的方法;第五种是多重结构降敏设计方法;第六种是降低偏心引起的差分波前误差方法^[17]。

这些降敏设计方法的理论评价主要以波像差为主,但很多情况下,光学系统初始结构的波像差较大,此时以波像差作为敏感度评价标准,往往不能直观地反映出系统的真实情况。而初始结构的选取对于误差敏感性具有非常重要甚至是决定性的影响,因此还需要发展一种更加简洁直观的评价方式,用于实现低敏感度初始设计。

影响光学系统成像质量的误差因素一般包括两大类,一是光学元件空间位置的失调,主要由光学系统装调残差、光机系统稳定性误差和温

度控制误差等因素引起;二是光学元件面形误差,主要由光学加工制造以及环境因素引起。具有低敏感度特征的光学系统,应能够更好地抵抗这两种误差因素引起的成像质量下降。因此,为了能够获得低敏感度光学系统,应首先分析上述因素引起的系统光程变化,进而明确各项系统参数对于各项误差因素的敏感度模型。这是后续实现降敏设计的理论基础。

同轴两反式光学系统是大口径光学望远镜最基本、最经典的系统形式。本文以同轴两反式系统作为研究对象,采用以失调扰动引起的光程变化量(Optical Path Variation, OPV)作为评价误差敏感程度的评价标准,推导了各项失调因素引起的成像光路 OPV 的理论表达式,进而提出了以 OPV 为理论基础的降敏设计方法。

2 理论分析

2.1 光学系统敏感度理论分析方法

光学元件的位置失调主要包括偏心平移、倾斜、轴向间距与旋转,如图 1 所示。偏心平移失调定义为光学元件以其曲面顶点为中心,向子午方向、弧矢方向或某一合成方向平移了 δ ;倾斜定义为光学元件以其曲面顶点为中心,绕着子午轴或弧矢轴旋转了 η ;轴向间距失调定义为反射镜沿着光轴方向的位置移动了 d ;旋转失调是一种特殊的倾斜,特指光学元件以其曲面顶点为中心,绕着光轴进行旋转,对于同轴光学系统,当光学元件为旋转对称面形时则不存在旋转失调。光学元件的位置失调往往是综合产生的,即偏心平移、倾斜、轴向间距失调与旋转是相互伴随,相互混合的。在光学元件位置失调对成像光路光程变化的敏感度影响分析中,为了便于归纳总结,以单一类型的位置失调为研究对象。

根据费马原理,在理想光学系统中,不同孔径、不同视场的光线经过光学系统后,应该具有相同的光程(Optical Path, OP)^[18]。光学系统元件失调后,系统稳态受到破坏,成像光线光程产生变化,如图 2 所示,光学系统中的每根成像光线

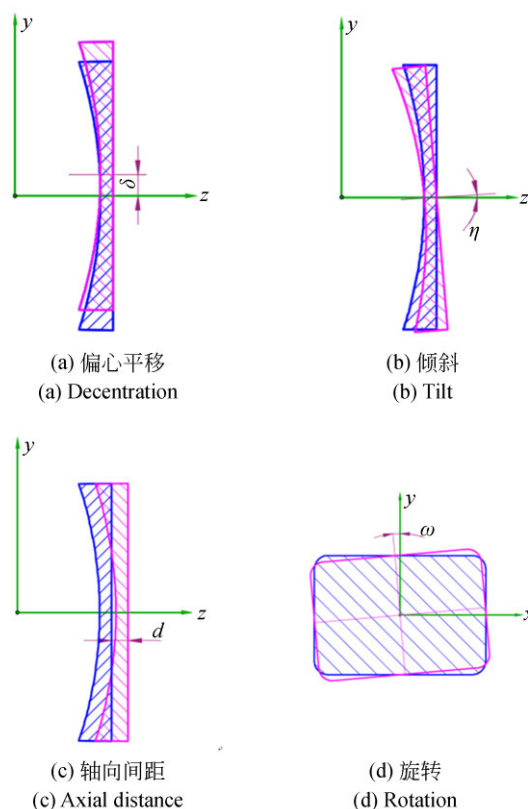


图 1 典型光学元件位置失调类型

Fig. 1 Typical types of optical component misalignment

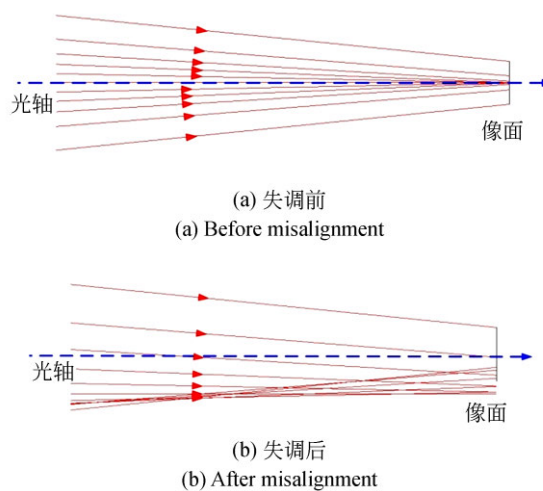


图 2 失调前后像面附近的成像光线

Fig. 2 Layout of optical system with misalignments

会产生因失调而引起的 OPV。从几何光学角度分析,失调后每根成像光线的 OPV 绝对量越小,光学系统越接近失调前的状态,相应地成像质量退化也更小,这种变化量数值越小,失调对系统像质的影响也就越小。所以,失调后产生 OPV

数值小的系统,是低敏感度光学系统应有的特征。

如果将失调定义为 $\{\alpha|\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$,其中 α_n 代表的是一系列失调类型,那么光学系统因为失调而引起的OPV一定是失调类型与失调量的函数,即:

$$\text{OPV} = f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n). \quad (1)$$

根据工程应用经验,因失调引起的OPV与光学系统的内部参数具有一定的相关性,则因失调而引起的OPV应该与光学系统的内部参数 $\{\beta|\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n\}$ 构成一定的函数关系,即:

$$\text{OPV} = g(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n). \quad (2)$$

那么,在同轴反射式系统敏感度影响因素的理论分析中,由光学元件失调引起的OPV为光学系统敏感度的评价标准,探寻失调类型、内部参数等对光程变化敏感度的内在规律,理论揭示影响同轴反射式光学系统敏感度的重要因素,具有重要的意义。

同轴两镜光学系统是大型反射式光学系统最基本的形式,本文以两镜反射式光学系统作为基本分析对象,所采用的数学分析方法对反射式光学系统是通用的。

2.2 主镜偏心平移失调

如图3所示,同轴两镜反射式光学系统结构由主镜(Primary mirror, PM)与次镜(Secondary mirror, SM)组成,其中主镜作为光学系统的孔径光阑,光学系统位于右手坐标系中,主镜的顶点位于坐标系原点 $(0, 0, 0)$, z 轴是系统光轴,光线沿着光轴方向传播。光线由物方无穷远发出,入射到主镜镜面 $M_1(x_1, y_1, z_1)$ 点,经主镜

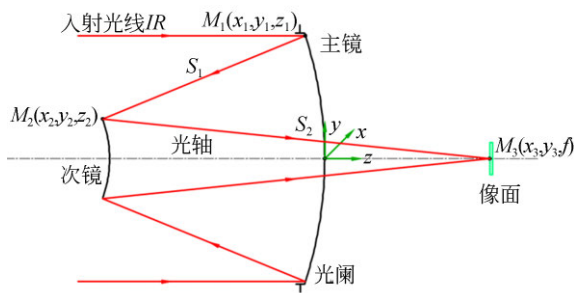


图3 两镜反射式光学系统结构模型

Fig. 3 Configuration model of two-mirror optical system

反射后,光线入射到次镜镜面 $M_2(x_2, y_2, z_2)$ 点,再经次镜反射后,光线成像于像面 $M_3(x_3, y_3, z_3)$ 点。主镜与次镜可以为任意曲面面型,通常可定义为:

$$z = \frac{cr^2}{1 + \sqrt{1 - (1+k)c^2r^2}}, \quad (3)$$

式中: z 为平行于光轴的曲面矢高; c 为曲面的顶点曲率; k 为Schwarzschild常数,即二次曲面常数; r 为曲面投影在 x 轴与 y 轴确定的平面上的点相对于光轴的径向距离,如式(4)所示:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (4)$$

如前所述,光线经光学系统的光程可分为3个部分,即无穷远物点至 $M_1(x_1, y_1, z_1)$ 点,定义该部分光程长度为 z_1 ; $M_1(x_1, y_1, z_1)$ 点至 $M_2(x_2, y_2, z_2)$ 点,定义该部分光程长度为 s_1 ; $M_2(x_2, y_2, z_2)$ 点至 $M_3(x_3, y_3, z_3)$ 点,定义该部分光程长度为 s_2 。根据费马原理,三部分光程之和为常数:

$$z_1 + s_1 + s_2 = P_0. \quad (5)$$

若主镜在子午方向产生了偏心平移失调,如图4所示,即沿着 y 方向平移了 δ ,入射光线 IR 入射到主镜镜面上的点的 x 轴坐标与 y 轴坐标不变,仍然为 (x_1, y_1) ,但光线入射到主镜镜面上的点的 z 轴坐标平移了 Δz_1 ,此时入射光线与主镜镜面交点的坐标为 $M'_1(x_1, y_1, z_1 + \Delta z_1)$ 。相应地,入射光线与次镜镜面交点的坐标也发生了变化,为 $M'_2(x_2 + \Delta x_2, y_2 + \Delta y_2, z_2)$,其中 z_2 是 x 与 y 的函数。

主镜位置产生偏心平移失调后,光线经光学系统的3部分光程之和为:

$$P' = P_0 + \Delta z_1 + \Delta s_1 + \Delta s_2. \quad (6)$$

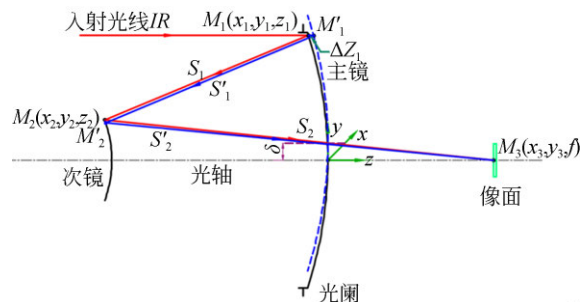


图4 主镜偏心平移后的光线追迹

Fig. 4 Ray tracing in condition of PM decenter

这里需要强调的是,在反射式光学系统敏感度影响因素的理论分析中,关注的是光学系统在无补偿情况下由光学元件失调导致的光程变化的敏感度,在一定程度上这种敏感度表征了光学系统对光学元件扰动的抵抗能力,所以在分析时,焦面位置保持不变,即系统无调焦补偿环节。

对比式(6)与式(5)的变化量可知,在主镜产生偏心平移失调前后,光学系统 OPV 为:

$$OPV = \Delta z_1 + \Delta s_1 + \Delta s_2. \quad (7)$$

在式(7)中,对 Δz_1 进行数学展开^[19],得到:

$$\Delta z_1 = \frac{\partial z_1}{\partial y_1} \delta + \frac{\partial^2 z_1}{\partial y_1^2} \delta^2 + \frac{\partial^3 z_1}{\partial y_1^3} \delta^3 + \dots + \frac{\partial^n z_1}{\partial y_1^n} \delta^n. \quad (8)$$

为了便于简化,这里对式(8)利用一阶近似,则有:

$$\Delta z_1 = \frac{\partial z_1}{\partial y_1} \delta. \quad (9)$$

在考虑式(7)中的 Δs_1 与 Δs_2 时,首先分析光程 s_1 与光程 s_2 。根据空间两点之间的距离公式得到:

$$s_1 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}, \quad (10)$$

$$s_2 = \sqrt{(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 + (f - z_2)^2}. \quad (11)$$

在假定条件下, z_1, x_2, y_2 的变化会影响 s_1 的数值,则利用一阶近似,光程 s_1 的变化量为:

$$\Delta s_1 = \frac{\partial s_1}{\partial z_1} \Delta z_1 + \frac{\partial s_1}{\partial x_2} \Delta x_2. \quad (12)$$

这里 z_2 的变化以函数的形式体现在 x_2 与 y_2 中,则有:

$$\Delta s_1 = \frac{\partial s_1}{\partial z_1} \Delta z_1 + \frac{\partial s_1}{\partial x_2} \Delta x_2 + \frac{\partial s_1}{\partial y_2} \Delta y_2. \quad (13)$$

同理,光程 s_2 的变化量为:

$$\Delta s_2 = \frac{\partial s_2}{\partial x_2} \Delta x_2 + \frac{\partial s_2}{\partial y_2} \Delta y_2. \quad (14)$$

综合分析式(13)与式(14),首先归纳分析得到:

$$\frac{\partial s_1}{\partial x_2} = \frac{(x_2 - x_1) + (z_2 - z_1) \frac{\partial z_2}{\partial x_2}}{s_1}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial s_2}{\partial x_2} = \frac{(x_2 - x_3) + (z_2 - f) \frac{\partial z_2}{\partial x_2}}{s_2}. \quad (16)$$

如图5所示,光线在光学系统中传播时,以光轴为回转对称轴,光线与每个光学元件相交的坐标点相对 x 坐标轴与 y 坐标轴具有相同的辐角数值,且光线与光学元件相交点的坐标为:

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \\ r = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}, \quad (17)$$

式中: r 为相交坐标点的孔径值,是该点距离光轴的径向距离; x 为相交坐标点在 x 轴的坐标; y 为相交坐标点在 y 轴的坐标; θ 为辐角值。

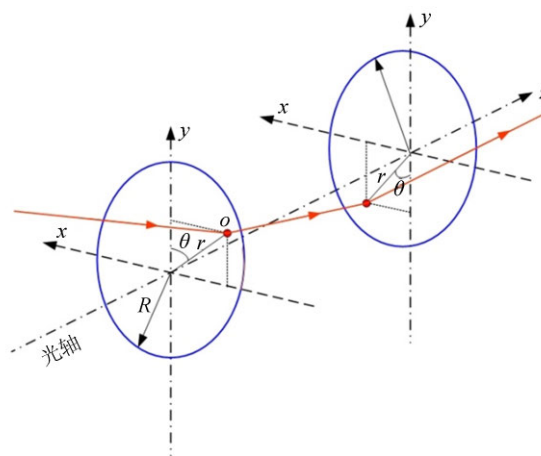


图 5 空间光线传播示意图

Fig. 5 Ray propagation in three-dimensional space

所以在光学系统中,有:

$$\begin{cases} x_1 = r_1 \cos \theta \\ x_2 = r_2 \cos \theta. \\ x_3 = r_3 \cos \theta \end{cases} \quad (18)$$

因此有:

$$\frac{\partial s_1}{\partial x_2} + \frac{\partial s_2}{\partial x_2} = \cos \theta \left\{ \frac{(r_2 - r_1) + (z_2 - z_1) \frac{\partial z_2}{\partial r_2}}{s_1} + \frac{(r_2 - r_3) + (z_2 - f) \frac{\partial z_2}{\partial r_2}}{s_2} \right\}. \quad (19)$$

为了求解式(19),在图3的基础上,在光学系

统模型中增加一些特殊角度,如图6所示。

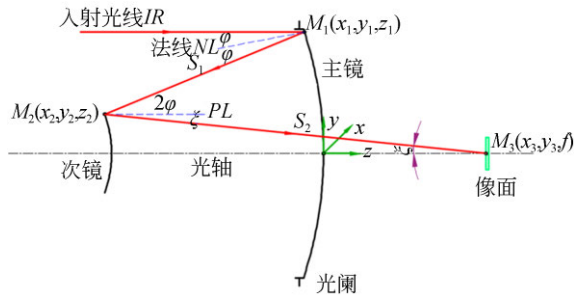


图6 光学系统结构模型

Fig. 6 Configuration model of optical system

根据反射定律,入射光线与反射光线分居法线两侧,入射角等于反射角,当入射光线交主镜于 M_1 点时,定义法线为 NL ,入射角为 φ ;以光线与次镜镜面交点 M_2 为一点,定义与入射光线平行的直线 PL ,直线 PL 与光线 S_1 的夹角则为 2φ ,直线 PL 与光线 S_2 的夹角为 ξ , ξ 是光学系统像方孔径角的 $1/2$ 。根据定义有:

$$\frac{r_1 - r_2}{s_1} = \sin 2\varphi, \quad (20)$$

$$\frac{z_1 - z_2}{s_1} = \cos 2\varphi, \quad (21)$$

$$\frac{r_2 - r_3}{s_2} = \sin \xi, \quad (22)$$

$$\frac{f - z_2}{s_2} = \cos \xi, \quad (23)$$

$$\frac{\partial z_2}{\partial r_2} = -\tan \frac{2\varphi + \xi}{2}. \quad (24)$$

如图7所示, z_2 为曲面矢高,是次镜的曲面函数; r_2 如式(4)所述,是曲面投影在 x 轴与 y 轴确定的平面上的点相对于光轴的径向距离,曲面 z_2 上任意一点处的切线为 TL ,法线为 NL 。 z_2 曲面沿着 r_2 方向的偏导数为:

$$\frac{\partial z_2}{\partial r_2} = -\tan \zeta, \quad (25)$$

式中 ζ 为次镜曲面上任意一点处的法线与直线 PL 的夹角。

如图7所示,曲面矢高 z_2 的增长与径向距离的增长符号相反。根据次镜的入射光线、反射光线、法线和曲面切线等特征线构成的角度数学关

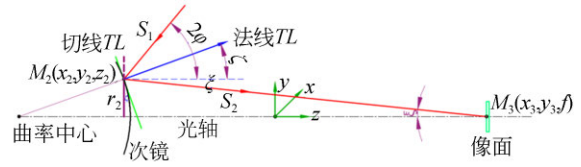


图7 光线路径数学关系

Fig. 7 Ray propagation mathematical model

系,则有:

$$\zeta = \frac{2\varphi + \xi}{2} - \xi = \frac{2\varphi - \xi}{2}. \quad (26)$$

根据式(25)与式(26)即可得出式(24)。

将式(20)~式(24)代入式(19),则有:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial s_1}{\partial x_2} + \frac{\partial s_2}{\partial x_2} = \\ & \cos \theta \left\{ \frac{(r_2 - r_1) + (z_2 - z_1) \frac{\partial z_2}{\partial r_2}}{s_1} + \right. \\ & \left. \frac{(r_2 - r_3) + (z_2 - f) \frac{\partial z_2}{\partial r_2}}{s_2} \right\} = 0, \quad (27) \end{aligned}$$

即有:

$$\frac{\partial s_1}{\partial x_2} \Delta x_2 + \frac{\partial s_2}{\partial x_2} \Delta x_2 = 0, \quad (28)$$

$$\frac{\partial s_1}{\partial y_2} \Delta y_2 + \frac{\partial s_2}{\partial y_2} \Delta y_2 = 0. \quad (29)$$

根据以上数学关系可知,主镜偏心平移扰动给光学系统带来的OPV为:

$$OPV_{pe} = \Delta z_1 + \frac{\partial s_1}{\partial z_1} \Delta z_1, \quad (30)$$

式中:

$$\frac{\partial s_1}{\partial z_1} = \frac{z_1 - z_2}{s_1} = \cos 2\varphi. \quad (31)$$

假设主镜在子午方向产生了偏心平移失调,即沿着坐标轴 y 方向平移了 δ ,所以有:

$$\Delta z_1 = \frac{\partial z_1}{\partial y_1} \delta. \quad (32)$$

则式(31)可转化为:

$$OPV_{pe} = \Delta z_1 \left(1 + \frac{\partial s_1}{\partial z_1} \right) = \Delta z_1 (1 + \cos 2\varphi). \quad (33)$$

大型反射式光学系统,如哈勃空间望远镜、詹姆斯·韦伯太空望远镜等,多属于长焦距

小相对孔径系统,主镜焦比较小,则光线在主镜上的入射角与反射角 φ 也较小^[20]。以哈勃空间望远镜为例,主镜光线入射角 φ 约为 6° ^[21]。因此,根据一阶近似可以认为:

$$\cos 2\varphi \approx 1. \quad (34)$$

综上分析,由主镜偏心平移失调引起的 OPV 如下:

$$OPV_{pe} = 2 \frac{\partial z_1}{\partial y_1} \cdot \delta = 2\Delta z_1. \quad (35)$$

在两镜光学系统中,当主镜沿着子午方向产生了偏心平移失调量 δ ,对任意一根光线所产生的 OPV,为该光线与主镜镜面入射点处的镜面矢高 z 沿 y 方向的变化率(偏导数)与 2 倍偏心平移失调量 δ 的乘积,也为失调前后该光线在主镜镜面入射点处矢高变化量的 2 倍。这个结论不仅适用于主镜沿子午方向平移产生的失调,还适用于主镜沿着任意方向产生的平移失调。

2.3 次镜偏心平移失调

根据前一节对主镜平移的失调推导,当次镜产生偏心平移时,由次镜偏心平移引起的光学系统 OPV 为:

$$OPV_{se} = 2\Delta z_2 = 2 \frac{\partial z_2}{\partial y_2} \cdot \delta. \quad (36)$$

同前文推导结论一致,在两镜光学系统中,当次镜沿着子午方向产生了偏心平移失调量 δ ,对某一光线所产生的光程变化量 OPV,为该光线与次镜镜面入射点处的镜面矢高 z 沿 y 方向的变化率(偏导数)与 2 倍偏心平移失调量 δ 的乘积,也为失调前后,该光线在次镜镜面入射点处矢高变化量的 2 倍。这个结论不仅适用于次镜沿着子午方向平移产生的失调,还适用于次镜沿着任意方向产生的平移失调。

通过对两镜反射式光学系统中主镜偏心平移与次镜偏心平移的数学推导可以看出,该结论可以推广到三镜反射式光学系统乃至多镜反射式光学系统中。

2.4 主镜、次镜倾斜失调

当主镜或次镜发生倾斜时,如图 8 所示,光

程长度 s_1, s_2 的变化因素与前文推导过程完全一致。因此,可直接利用前文推导结论,若主镜以顶点为圆心,绕着弧矢轴倾斜扰动了角度 η ,则入射到主镜上高度为 y_1 的光线的 OPV 为:

$$OPV_{pt} = P - P_0 = 2\Delta z_1 = 2\tan \eta \cdot y_1. \quad (37)$$

同理,若次镜以顶点为圆心,绕着弧矢轴倾斜扰动了角度 η ,则入射到次镜上高度为 y_2 的光线的 OPV 为:

$$OPV_{st} = P - P_0 = -2\Delta z_2 = 2\tan \eta \cdot y_2, \quad (38)$$

式中: y_1 与 y_2 表征光线与镜面交点处的位置坐标,与关于主镜偏心平移的数学推导过程唯一不同的是对矢高变化量 Δz 的表征方式不同。

在两镜系统中,当主镜绕着弧矢轴倾斜扰动了角度 η ,对某一光线所产生的 OPV 为失调前后该光线在主镜镜面入射点处矢高变化量的 2 倍,也为倾斜角度 η 与光线高度坐标乘积的 2 倍。这个结论不仅适用于反射镜绕着弧矢轴倾斜扰动,还适用于反射镜绕着任意方向产生的倾斜扰动。

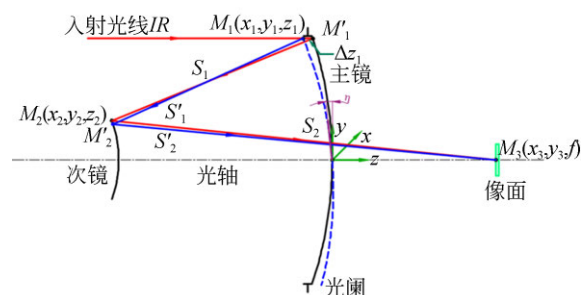


图 8 反射镜倾斜后的光线追迹

Fig. 8 Ray tracing in condition of mirror tilt

2.5 主次镜轴向距离失调

光学元件之间沿着光轴方向的距离变化是最为常见的位置误差,其最明显的影响是使光学系统产生离焦。如图 9 所示,简化式(10)与式(11),将光程 s_1 与 s_2 表示为:

$$s_1 = \sqrt{(r_1 - r_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}, \quad (39)$$

$$s_2 = \sqrt{(r_2 - 0)^2 + (z_2 - f)^2}, \quad (40)$$

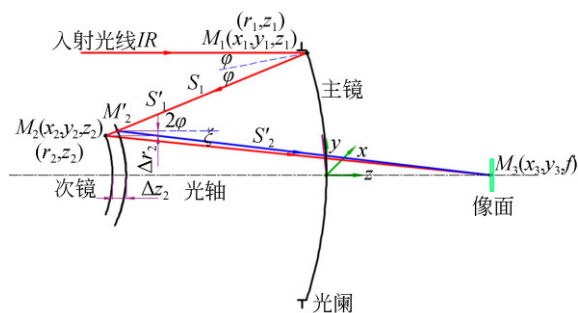


图9 主次镜轴向距离变化后的光线追迹

Fig. 9 Ray tracing in condition of mirrors distance perturbation

当主次镜轴向距离产生变化时,假设次镜向远离主镜的方向移动 Δz_2 时,则在光学坐标系下有:

$$s_2' \approx s_2 + \frac{\partial s_2}{\partial r_2} \Delta r_2 + \frac{\partial s_2}{\partial z_2} \Delta z_2. \quad (41)$$

求解式中的偏导数部分得到:

$$\frac{\partial s_2}{\partial r_2} = \frac{r_2}{s_2} = \sin \xi, \quad (42)$$

$$\frac{\partial s_2}{\partial z_2} = -\cos \xi. \quad (43)$$

式中,三角函数的正负号关系可通过参数之间的变化关系得到,即当 r_2 增大时, s_2 也随之增大,所以 $\sin \xi$ 前为正号;当 z_2 增大时, s_2 随之减小,所以 $\cos \xi$ 前为负号。将式(42)与式(43)代入式(41)得到:

$$s_2' = s_2 - \frac{\cos(\xi + 2\varphi)}{\cos 2\varphi} \Delta z_2. \quad (44)$$

根据以上数学推导关系,由于主次镜轴向

距离变化扰动给光学系统带来的OPV为:

$$OPV_{in} = -\Delta z_2 \frac{1 + \cos(\xi + 2\varphi)}{\cos 2\varphi}. \quad (45)$$

式中的负号表示:当主次镜轴向距离变大时,即 Δz_2 取负值时,光程增大。

结合式(45)进一步分析,当 ξ 与 2φ 均较小时, $\cos(\xi + 2\varphi) \approx 1$, $\cos 2\varphi \approx 1$,则有:

$$OPV_{in} \approx -2\Delta z_2. \quad (46)$$

3 OPV 光线追迹验证

为了验证2.2至2.5节中推导的由各种失调因素引起光学系统OPV的数学式,应用一个系统焦距为1 000 mm,相对孔径为1:5的标准Ritchey-Chrétien系统进行光线追迹,对光学系统分别施加主镜偏心平移、次镜偏心平移、次镜倾斜和主次镜轴向距离失调等扰动。采用光线追迹法对上光线的实际OP、由失调因素引起的上光线OPV进行计算,以 $(2\Delta z - OPV)/OPV$ 评价OPV理论解析值与光线追迹真值的误差,结果如表1~表4所示。

分析结果显示,与OPV光线追迹值对比,主镜偏心平移、次镜偏心平移、主次镜轴向距离失调扰动引起的OPV的理论解析计算误差在1%量级;反射镜倾斜失调扰动引起的OPV的理论解析计算误差在0.1%量级,验证了理论分析结果的正确性。

表1 主镜偏心平移时光程变化量的数据分析

Tab. 1 Data analysis of OPV for PM decentration condition

偏心平移 δ /mm	矢高 z_1 /mm	$2\Delta z_1$ /mm	光程 OP/mm	OPV 光线追迹值 /mm	OPV 计算误差 ($2\Delta z_1 - OPV$)/OPV
-0.2	293.728 35	-0.049 98	879.950 80	-0.049 12	1.75%
-0.1	293.740 85	-0.024 98	879.975 34	-0.024 57	1.67%
0	293.753 34	0.000 00	879.999 92	0.000 00	—
0.1	293.765 82	0.024 96	880.024 53	0.024 61	1.42%
0.2	293.778 29	0.049 90	880.049 14	0.049 22	1.38%

表 2 次镜偏心平移时光程变化量的数据分析

Tab. 2 Data analysis of OPV for SM decentration condition

偏心平移 δ /mm	矢高 z_2 /mm	$2\Delta z_2$ /mm	光程 OP/mm	OPV 光线追迹值 /mm	OPV 计算误差 ($2\Delta z_1 - \text{OPV}$)/OPV
-0.2	18.851 02	-0.029 24	880.001 76	-0.029 26	-0.07%
-0.1	18.858 34	-0.014 60	880.000 78	-0.014 61	-0.07%
0	18.865 64	0.000 00	879.999 92	0.000 00	—
0.1	18.872 92	0.014 56	879.999 18	0.014 57	-0.07%
0.2	18.880 18	0.029 08	879.998 55	0.029 10	-0.07%

表 3 次镜倾斜时光程变化量的数据分析

Tab. 3 Data analysis of OPV for SM tilt condition

倾斜角 η /(°)	光线高度 y_1 /mm	矢高 z_1 /mm	$2\Delta z_1$ /mm	光程 OP /mm	OPV 光线追迹值/mm	OPV 计算误差 ($2\Delta z_1 - \text{OPV}$)/OPV
-2	100	293.811 91	0.117 14	880.115 86	0.115 94	1.04%
-1	100	293.782 72	0.058 76	880.057 92	0.058 00	1.31%
0	100	293.753 34	0.000 00	879.999 92	0.000 00	—
1	100	293.723 97	-0.058 74	879.942 23	-0.057 69	1.82%
2	100	293.694 77	-0.116 80	879.885 18	-0.114 74	1.80%

表 4 关于主次镜轴向距离变化的光学系统光程变化量的数据分析

Tab. 4 Data analysis of OPV for mirrors distance perturbation condition

距离失调量 Δz_2	矢高 z_1 /mm	$2\Delta z_1$ /mm	光程 OP /mm	OPV 光线追迹值 /mm	OPV 计算误差 ($2\Delta z_1 - \text{OPV}$)/OPV
-0.2	293.553 34	-0.400 00	879.606 07	-0.393 85	1.56%
-0.1	293.653 34	-0.200 00	879.802 99	-0.196 93	1.56%
0	293.753 34	0.000 00	879.999 92	0.000 00	—
0.1	293.853 34	0.200 00	880.196 85	0.196 93	1.56%
0.2	293.953 34	0.400 00	880.393 78	0.393 86	1.56%

4 基于光程变化量的降敏设计

4.1 降敏设计

评价函数是光学系统设计的重要评价指标。当光学系统受到相同的失调扰动时,OPV 大的光学系统,敏感度高,鲁棒性差;OPV 小的光学系统,敏感度低,鲁棒性好。

由多种因素引起的 OPV 具有独立性和互不相关性,可以采用和方根值(Root-Sum-Squares, RSS)来计算由于多种失调因素引起的总的 OPV。因此,将式(47)作为评价函数来对光学系统进行降敏设计,相关各种其他失调因素引起的 OPV 可进行数学理论推导。

$$OPV_{\text{RSS}} = \sqrt{OPV_{\text{偏心}}^2 + OPV_{\text{倾斜}}^2 + OPV_{\text{间距}}^2 + \dots + OPV_{\text{曲率半径}}^2 + OPV_{\text{E 值}}^2}. \quad (47)$$

基于该思想与 OPV 评价函数,设计了一个焦距为 5 600 mm,相对孔径为 1:7,视场角为 15'

的两反系统。设计过程中对系统 OPV 进行约束,以达到降敏设计的目的,使它在多项失调公

差约束的情况下,以 $8.200\ 0\ \mu\text{m}$ 作为系统 OPV 判定的上限阈值。像质判定标准则选用波前误差 (Wavefront Error, WFE) RMS 平均值,判定阈值为 $0.065\ 0\lambda\ (\lambda=0.48\ \mu\text{m})$ 。

通过初始结构筛选,经过 15 轮迭代优化设计 (光学系统结果标记为 $L_1\sim L_{15}$),获得了 RMS 波像差为 $0.059\ 85\lambda$ 、OPV 为 $8.195\ 6\ \mu\text{m}$ 的光学系统。该光学系统的 OPV 与 RMS WFE 值的变化曲线如图 10 所示。

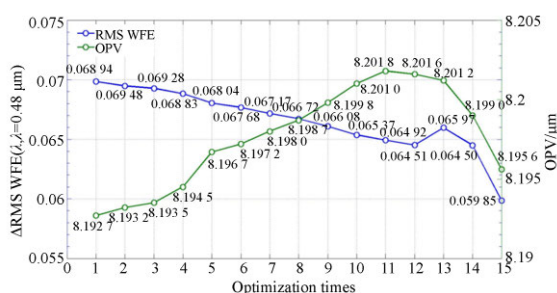


图 10 降敏优化过程中 RMS WFE 与 OPV 的变化

Fig. 10 Variation of OPV and RMS WFE in desensitization optimization process

4.2 评价函数 OPV 与波像差改变量 ($\Delta\text{RMS WFE}$) 的关系

商业光学系统设计软件没有直接计算 OPV 的功能。通常,设计人员通过计算在特定公差下的波像差改变量 ($\Delta\text{RMS WFE}$),来判断光学系统的敏感度情况。根据波动光学理论,OPV 与 $\Delta\text{RMS WFE}$ 的数学关系可表示为:

$$\Delta\text{WFE}_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{\iint_S [\Delta\text{OPV}(x,y) - \overline{\Delta\text{OPV}(x,y)}]^2 dx dy}{S}}, \quad (48)$$

式中 S 为光瞳面积。

从式 (48) 中并不可直接获知 OPV 与 $\Delta\text{RMS WFE}$ 的相关性。在降敏设计过程中,从实验数据角度,为了验证 OPV 评价标准的正确性,与基于 OPV 的降敏设计方法的有效性,同步计算了 15 轮迭代设计过程中的 $\Delta\text{RMS WFE}$ 。通过实验数据可以看出,光学系统 OPV 与 $\Delta\text{RMS WFE}$ 具有正相关性,在优化过程中,二者的变化趋势一致。

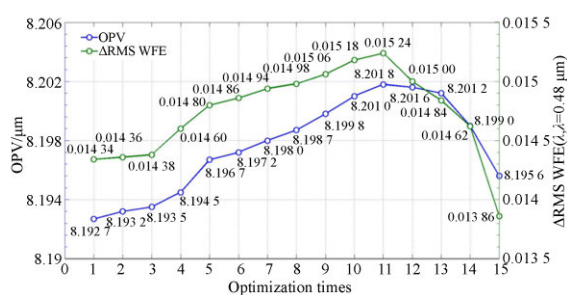


图 11 降敏优化过程中光学系统 $\Delta\text{RMS WFE}$ 与 OPV 的变化情况

Fig. 11 Variation of OPV and $\Delta\text{RMS WFE}$ in desensitization optimization process

综合分析,从波像差理论与实验数据两方面,验证了 OPV 评价标准的正确性与基于 OPV 评价标准的光学系统降敏设计方法的有效性。OPV 与 $\Delta\text{RMS WFE}$ 均可以在光学设计中作为评价光学系统敏感度的评价标准。

5 结 论

基于失调后成像光线的光程变化绝对量越小,成像质量退化也越小的思想,本文提出以 OPV 作为衡量光学系统敏感度的评价标准。在一阶近似的条件下,通过建立光线传播路径的几何模型,理论推导了主镜/次镜偏心、主镜/次镜倾斜、主次镜间距变化等误差因素引起的 OPV 的数学解析表达式。通过一套标准 Ritchey-Chretien 系统,应用经典几何光线追迹法,计算了在各种失调扰动情况下所产生的 OPV 实际数值,与理论推导值对比,相对误差均在 1% 左右,证明了所推导的 OPV 理论表达式的正确性。

基于 OPV 的理论推导,建立了以 OPV 为评价函数的反射式光学系统降敏设计方法,设计了一个焦距为 $5\ 600\ \text{mm}$ 、相对孔径为 $1:7$ 、视场角为 $15'$ 的两反系统,经过 15 轮迭代设计,获得了 OPV 与 RMS WFE 均满足指标要求的系统。对设计过程数据进行监控,分析了 15 轮迭代设计过程中的 OPV 与 $\Delta\text{RMS WFE}$,结果显示二者在优化过程中变化趋势一致,具有正相关性,验证了 OPV 评价标准的正确性与基于 OPV 评价标准的光学系统降敏设计方法的有效性。

参考文献:

- [1] CLAUS, ALBERT C. Reflecting telescope optics I by R. N. Wilson[J]. *Optics & Photonics News*, 1997, 8:66-67.
- [2] VAN BELLE G T, MEINEL A B, MEINEL M P. The scaling relationship between telescope cost and aperture size for very large telescopes [C]. *SPIE Astronomical Telescopes+Instrumentation. Proc SPIE* 5489, *Ground-Based Telescopes, Glasgow, United Kingdom*, 2004, 5489: 563-570.
- [3] STAHL H P, PRINCE F A, SMART C, *et al.*. Preliminary multi-variable cost model for space telescopes[J]. *Proceedings of Spie the International Society for Optical Engineering*, 2010, 7731 (1) : 52-56.
- [4] SCHÖCK M, DO T, ELLERBROEK B L, *et al.*. Thirty meter telescope astrometry error budget [C]. *Adaptive Optics Systems IV. International Society for Optics and Photonics, Quebec, Canada. SPIE*, 2014, 9148: 91482L.
- [5] HILL J M. Optical design, error budget, and specifications for the Columbus Project Telescope [C]. *SPIE Astronomical Telescopes and Instrumentation for the 21st Century. Proc SPIE* 1236, *Advanced Technology Optical Telescopes IV, Tucson, AZ. SPIE*, 1990, 1236: 86-107.
- [6] WU W, SHANG J Z, CAO Y J, *et al.*. Research on applicability of sensitivity table method in optical system alignment [J]. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 2020, 440: 032027.
- [7] BERKEFELD T, SOLTAU D, SCHMIDT D, *et al.*. Adaptive optics development at the German solar telescopes[J]. *Applied Optics*, 2010, 49(31) : G155-G166.
- [8] 曹玉岩, 王建立, 陈涛, 等. 基于 Hexapod 平台的地基大型光学望远镜失调误差主动补偿[J]. *光学精密工程*, 2020, 28(11): 2452-2465.
CAO Y Y, WANG J L, CHEN T, *et al.*. Active compensation of aberration for large ground-based telescope based on Hexapod platform [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2020, 28(11) : 2452-2465. (in Chinese)
- [9] TAN Y F, WANG J H, REN G, *et al.*. Thermal control analysis of a primary mirror for large-aperture telescope [J]. *Journal of the Korean Physical Society*, 2017, 71(1): 28-36.
- [10] 郭疆, 朱磊, 赵继, 等. 大口径空间反射镜大容差支撑结构设计与优化[J]. *光学精密工程*, 2019, 27(5): 1138-1147.
GUO J, ZHU L, ZHAO J, *et al.*. Design and optimize of high tolerance support structure for large aperture space mirror [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2019, 27(5): 1138-1147. (in Chinese)
- [11] 董得义, 庞新源, 张学军, 等. 空间大口径单体反射镜计量卸荷支撑研制中的关键技术[J]. *光学精密工程*, 2019, 27(10): 2165-2179.
DONG D Y, PANG X Y, ZHANG X J, *et al.*. Key technology in developing of metrology mount for large aperture monolithic space-based mirror [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2019, 27(10): 2165-2179. (in Chinese)
- [12] DARUICH F, NEILL D, WARNER M, *et al.*. LSST M1M3 active mirror support system optimized to accommodate rapid telescope motions [C]. *SPIE Astronomical Telescopes+Instrumentation. Proc SPIE* 10700, *Ground-Based and Airborne Telescopes VII, Austin, Texas. SPIE*, 2018, 1070: 107003G.
- [13] BATES R. Performance and tolerance sensitivity optimization of highly aspheric miniature camera lenses[C]. *SPIE Optical Engineering + Applications. Proc SPIE* 7793, *Optical System Alignment, Tolerancing, and Verification IV, San Diego, California. SPIE*, 2010, 7793: 779302.
- [14] LIU X Y, GONG T T, JIN G F, *et al.*. Design method for assembly-insensitive freeform reflective optical systems [J]. *Optics Express*, 2018, 26(21): 27798-27811.
- [15] ISSHIKI M, GARDNER L, GROOT GREGORY G. Automated control of manufacturing sensitivity during optimization[C]. *Optical Systems Design. Proc SPIE* 5249, *Optical Design and Engineering, St. Etienne. SPIE*, 2004, 5249: 343-352.
- [16] ISSHIKI M, SINCLAIR D C, KANEKO S. Lens design: global optimization of both performance and tolerance sensitivity [C]. *Proc SPIE* 6342, *International Optical Design Conference 2006, 2006, 6342: 63420N*.
- [17] RIMMER M. Analysis of perturbed lens systems [J]. *Applied Optics*, 1970, 9(3): 533-537.
- [18] EMIL W. *Principles of Optics* [M]. Cambridge

- University Press, 2001.
- [19] 埃伯哈德·蔡德勒. 李文林,译. 数学指南:实用数学手册[M]. 北京:科学出版社,2012.
- Teubner-taschenbuch der mathematic. *A Guide to Mathematics: A Handbook of Practical Mathematics* [M]. LI W L, transl. . Beijing: Science Press, 2012. (in Chinese)
- [20] SABELHAUS P A, DECKER J E. An overview of the James Webb Space Telescope (JWST) project[C]. *SPIE Astronomical Telescopes + Instrumentation. Proc SPIE* 5487, *Optical, Infrared, and Millimeter Space Telescopes*, Glasgow. SPIE, 2004, 5487: 550-563.
- [21] BARLOW B V. Space for the telescope. An account of NASA's projected space telescope[J]. *Contemporary Physics*, 1982, 23(1): 45-63.

作者简介:



孟庆宇(1986—),男,吉林长春人,博士研究生,副研究员,2010年于长春理工大学获得学士学位,2012年于哈尔滨工业大学获得硕士学位,主要从事光学系统设计理论与方法、遥感器光学系统设计与研制的研究。E-mail: mengqy@ciomp. ac. cn

通讯作者:



汪洪源(1975—),男,黑龙江哈尔滨人,博士,教授,博士生导师,2008年于哈尔滨工业大学获得博士学位,主要从事光电成像仿真与评估技术、光电信息获取与处理技术等方向的研究。E-mail: fountainhy@hit. edu. cn