

DOI: 10.3969/j.issn.1009-9492.2022.04.048

胡金鑫, 刘昌儒, 赵阳, 等. 半轮型柔性铰链的结构设计和分析 [J]. 机电工程技术, 2022, 51 (04): 207-211.

## 半轮型柔性铰链的结构设计和分析

胡金鑫, 刘昌儒, 赵阳, 韩哈斯教其尔\*

(中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 长春 130033)

**摘要:** 柔性铰链由于具有无间隙、无摩擦和易于一体化设计等诸多优点, 而被广泛应用于精密操作、机器人、微纳定位等需要超精密高速运动的领域。面向高速高加速度双侧驱动系统, 针对运动系统的整体高刚度和局部相对低刚度特性, 设计了一种具有平动高刚度和扭转低刚度的半轮型柔性铰链。基于旋量变换理论, 以半轮型柔性铰链中柔性单元的尺寸和位置角度作为设计几何参数, 推导了铰链的六自由度刚度矩阵模型, 并综合分析了各项设计几何参数对铰链的各向刚度、相对刚度以及转动误差的影响, 并以整体平动高刚度和扭转低刚度为设计约束条件, 讨论铰链结构参数的选取。结果表明: 该设计方法更为简洁、快捷, 从而为柔性铰链的设计和应用提供一定的依据。

**关键词:** 柔性铰链; 刚度矩阵; 设计几何参数

中图分类号: TH122

文献标志码: A

文章编号: 1009-9492(2022)04-0207-05

## Structural Design and Analysis of Half-cartwheel Flexure Hinge

Hu Jinxin, Liu Changru, Zhao Yang, Han Hasiaoqier\*

(Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

**Abstract:** Flexure hinges are widely used in fields that require ultra-precision high-speed motion, such as precision operations, robots, and micro-nano positioning, due to their many advantages, such as no gap, no friction, and easy integration. In order to solve the problem that the simultaneous consideration of high translation stiffness and low twist stiffness in the H-drive, a half-cartwheel flexure hinge was designed according to the required stiffness requirements. Based on the screw theory, the six-degree-of-freedom stiffness matrix model of the flexure hinge was deduced with the size and position angle of the flexible element in the half-wheel flexure hinge as the design geometric parameters. The effects of various design geometric parameters on the stiffness, off-axis/axis stiffness ratio of the flexure hinge and motion precision were comprehensively analyzed. Finally, taking the simultaneous consideration of high translation stiffness and low twist stiffness as the design constraints, the selection of hinge structure parameters was discussed. The results show that the design method proposed is simpler and faster, thus providing a certain basis for the design and application of flexure hinges.

**Key words:** flexure hinge; stiffness matrix; design parameters

### 0 引言

高速高加速度双侧驱动系统在直线运动方向上具有高刚度, 以保证高动态特性下的高控制带宽。同时, 在扭转方向上必须具有相对低刚度, 以防止双侧驱动力不一致造成同步误差或扭转而影响运动系统的稳定性。柔性铰链通常仅由一个部件构成, 按特殊需求对零件形状进行设计, 使零件的某些特定区域特别薄弱, 而在一些运动自由度上应力应变集中。再通过自身的柔性变形, 来传递输入端驱动力和位移, 从而获得在固定坐标系下的运动位移关系。正是由于这样的特性, 使得柔性铰链适合应用于高速运动系统中<sup>[1-3]</sup>。

国内外很多学者已对柔性铰链作了大量研究, 并取得了一定的成果。Smith等<sup>[4]</sup>设计了椭圆型柔性铰链, 推导出椭圆型柔性铰链柔度封闭方程, 并利用有限元法和

实验加以验证。Lobontiu等<sup>[5]</sup>对各类缺口类型(包括角圆型、直圆型、椭圆型、抛物线型、双曲线型、双轴型、三段式、径向对称型)做了广泛研究, 建立了各种铰链的闭环柔度方程, 并分析了其精度和应力等性能。Schotborgh等<sup>[6]</sup>根据有限元仿真分析结果, 并采用数值拟合法求得直圆型、直梁型和交叉型柔性铰链的刚度及应力的无量纲设计图, 从而帮助设计者在最初设计阶段选择柔性铰链的类型和设计几何参数。沈意平等<sup>[7]</sup>基于力插值的有限元法, 建立了圆弧柔性铰链的有限元分析模型, 并推导出其一致质量矩阵表达式。刘浪等<sup>[8]</sup>通过增加交叉簧片型柔性铰链中的簧片数量, 设计了一种一般化具有大运动行程的柔性铰链。

本文针对上述问题提出了一种应用于双侧驱动系统的半轮型柔性铰链设计方法。并基于旋量变换理论, 建

收稿日期: 2022-03-02

立了单个柔性铰链和组合铰链的刚度矩阵模型，以整体平动高刚度和扭转低刚度为设计约束条件，综合分析了各项设计几何参数对铰链的各向刚度、相对刚度以及转动误差3个性能指标的影响。通过有限元仿真分析，验证模型的有效性。

### 1 半轮型柔性铰链设计

为了满足双侧驱动系统自由度的刚度需求，本文采用一种半轮型柔性铰链如图1所示，可实现系统在X、Y自由度具有高刚度以及R<sub>z</sub>自由度具有相对较低刚度。其中，L为梁的长度，b为梁的宽度，t为梁的厚度，θ为两侧子柔性单元与整个铰链端面法线间夹角。该半轮型柔性铰链两侧对称设有两个均匀直梁型子柔性单元结构，实现吸收运动件在R<sub>z</sub>自由度上产生的顺时针或逆时针方向的扭转。

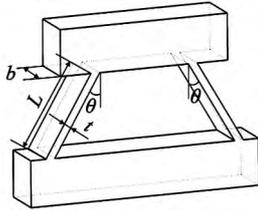


图1 半轮型柔性铰链模型

### 2 铰链刚度矩阵模型的建立

半轮型柔性铰链上设有横截面积为矩形的均匀直梁型柔性单元，使其一端固定，在自由端建立如图2所示坐标系。

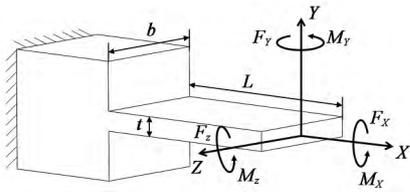


图2 均匀直梁型柔性单元

柔性铰链在自由端上承受力旋量  $F = [F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z]^T$ ，对应方向产生的微小形变量为  $\zeta = [\delta_x, \delta_y, \delta_z, \theta_x, \theta_y, \theta_z]^T$ ，其中  $\{F_x, F_y, F_z\}^T$  为沿对应坐标轴的力， $\{M_x, M_y, M_z\}^T$  为绕对应坐标轴的力矩， $\{\delta_x, \delta_y, \delta_z\}^T$  为沿对应坐标轴的伸缩形变量， $\{\theta_x, \theta_y, \theta_z\}^T$  为绕对应坐标轴的扭转和弯曲角度。

根据胡克定理， $F = K\zeta$ ，梁的六自由度刚度矩阵可表示为<sup>[9]</sup>：

$$K = \begin{bmatrix} k_{x-F_x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{y-F_y} & 0 & 0 & 0 & k_{y-M_z} \\ 0 & 0 & k_{z-F_z} & 0 & k_{z-M_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{\theta_x-M_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{\theta_y-F_z} & 0 & k_{\theta_y-M_y} & 0 \\ 0 & k_{\theta_z-F_y} & 0 & 0 & 0 & k_{\theta_z-M_z} \end{bmatrix} \quad (1)$$

根据 Timoshenko 梁理论模型<sup>[10]</sup>，刚度矩阵  $K$  中元素方程可表示为：

$$\begin{cases} k_{x-F_x} = \frac{Ebt}{L} \\ k_{y-F_y} = \frac{EGbt^3}{L(GL^2 + Et^2k_1)} \\ k_{z-F_z} = \frac{EGbt^3}{L(GL^2 + Eb^2k_1)} \\ k_{\theta_x-M_x} = \frac{k_2Gbt^3}{L} \\ k_{\theta_y-M_y} = \frac{Eb^3t(4GL^2 + Eb^2k_1)}{12L(GL^2 + Eb^2k_1)} \\ k_{\theta_z-M_z} = \frac{Ebt^3(4GL^2 + Et^2k_1)}{12L(GL^2 + Et^2k_1)} \\ k_{y-M_z} = k_{\theta_z-F_y} = -\frac{L}{2}k_{y-F_y} \\ k_{z-M_y} = k_{\theta_y-F_z} = \frac{L}{2}k_{z-F_z} \end{cases} \quad (2)$$

式中： $E$ 为杨氏模量； $G$ 为剪切模量； $k_1$ 为剪切修正系数，对于矩形截面 $k_1=6/5$ ； $k_2$ 为矩形截面自由扭转时的抗扭截面系数的因数，其取值为“横截面长/宽”相关的因数<sup>[11]</sup>。

如图3所示，建立两个子柔性单元1、2的局部坐标系，使两个局部坐标系的原点分别与其对应单元横截面的形心重合。

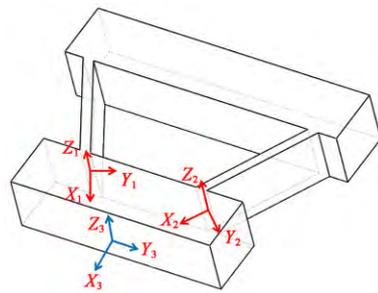


图3 半轮型柔性铰链柔性单元坐标系位置

在该半轮型柔性铰链中，子柔性单元1、2形成并联结构。在同一坐标系中，其末端刚度为各并联单元的刚度之和。为计算半轮型柔性铰链对双侧驱动系统在各方向的支撑刚度，各单元的刚度矩阵应整合至坐标系  $\{O_3, X_3, Y_3, Z_3\}$  中。

本文设置各子柔性单元的尺寸参数如表1所示，其中已知参数由具体功能、材料（两侧的均匀直梁型子柔性单元结构均采用弹簧钢60Si2Mn）所确定，未知参数为本文所研究的影响铰链性能的相关参数。

表1 各子柔性单元结构和材料参数

	b/mm	t/mm	L/mm	k <sub>2</sub> /mm	E/GPa	G/GPa
子柔性单元1	30	t <sub>1</sub>	L <sub>1</sub>	10/t <sub>1</sub>	206	79
子柔性单元2	30	t <sub>1</sub>	L <sub>1</sub>	10/t <sub>1</sub>	206	79

将上述数值和参数代入刚度矩阵 (1)、(2), 并计算可得到各子柔性单元 (1、2) 关于其各自局部坐标系的刚度矩阵  $\mathbf{K}_{1(1)}$ 、 $\mathbf{K}_{2(2)}$  分别为:

$$\mathbf{K}_{1(1)} = \mathbf{K}_{2(2)} \begin{bmatrix} k_{11(x-F_x)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{11(y-F_y)} & 0 & 0 & 0 & k_{11(z-M_z)} \\ 0 & 0 & k_{11(z-F_z)} & 0 & k_{11(x-M_x)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{11(\theta_z-M_z)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{11(\theta_y-F_y)} & 0 & k_{11(\theta_x-M_x)} & 0 \\ 0 & k_{11(\theta_x-F_x)} & 0 & 0 & 0 & k_{11(\theta_z-M_z)} \end{bmatrix} \times 10^6 \quad (3)$$

$$\begin{cases} k_{11(x-F_x)} = \frac{6180t_1}{L_1} \\ k_{11(y-F_y)} = \frac{4.8822 \times 10^5 t_1^3}{L_1(79L_1^2 + 247.2t_1^2)} \\ k_{11(z-F_z)} = \frac{4.39398 \times 10^5 t_1}{L_1(79L_1^2 + 2.2248 \times 10^5)} \\ k_{11(\theta_y-M_x)} = \frac{(146.466L_1^2 + 103119.48)t_1}{L_1(79L_1^2 + 2.2248 \times 10^5)} \\ k_{11(\theta_z-M_z)} = \frac{(1.6274L_1^2 + 1.27308t_1^2) \times 10^{-4} t_1^3}{L_1(79L_1^2 + 247.2t_1^2)} \\ k_{11(\theta_x-F_x)} = k_{11(z-M_z)} = \frac{2.19699 \times 10^5 t_1}{79L_1^2 + 2.2248 \times 10^5} \\ k_{11(\theta_z-F_z)} = k_{11(y-M_y)} = \frac{2.4411 \times 10^5 t_1^3}{79L_1^2 + 247.2t_1^2} \\ k_{11(\theta_x-M_x)} = \frac{0.0237t_1^2}{L_1} \end{cases} \quad (4)$$

根据余靖军<sup>[12]</sup>提出的理论, 刚度矩阵和柔度矩阵的旋量坐标变换式为:

$$\begin{cases} \mathbf{K}_{j(i)} = \mathbf{B}_{j(i)} \mathbf{K}_{i(i)} \mathbf{B}_{j(i)}^T \\ \mathbf{C}_{j(i)} = \mathbf{A}_{j(i)} \mathbf{C}_{i(i)} \mathbf{A}_{j(i)}^T \\ \mathbf{C}_{j(i)} = \mathbf{K}_{j(i)}^{-1} \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$  为旋量伴随变换矩阵, 满足上述式中  $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{B}^T$ ;  $j(i)$  为坐标系  $\{o_i\}$  中的刚度矩阵关于坐标系  $\{o_j\}$  的表达。

$$\mathbf{A}_{j(i)} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{j(i)} & \hat{\mathbf{l}}_{j(i)} \mathbf{R}_{j(i)} \\ \mathbf{O} & \mathbf{R}_{j(i)} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_{j(i)} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{j(i)} & \mathbf{O} \\ \hat{\mathbf{l}}_{j(i)} \mathbf{R}_{j(i)} & \mathbf{R}_{j(i)} \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{R}_{j(i)}$  为坐标系  $\{o_i\}$  关于  $\{o_j\}$  的方向余弦矩阵, 其变量为绕  $Z$  坐标轴的旋转角度  $\gamma_{j(i)}$ ;  $\hat{\mathbf{l}}_{j(i)}$  为坐标系  $\{o_i\}$  关于  $\{o_j\}$  的反对称移动矩阵, 其变量为沿  $X$ 、 $Y$  和  $Z$  坐标轴的平动量, 即  $(x_{j(i)}, y_{j(i)}, z_{j(i)})$ :

$$\hat{\mathbf{l}}_{j(i)} = \begin{bmatrix} 0 & -z_{j(i)} & y_{j(i)} \\ z_{j(i)} & 0 & -x_{j(i)} \\ -y_{j(i)} & x_{j(i)} & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{R}_{j(i)} = \begin{bmatrix} \cos \gamma_{j(i)} & -\sin \gamma_{j(i)} & 0 \\ \sin \gamma_{j(i)} & \cos \gamma_{j(i)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

综上, 半轮型柔性铰链中各子柔性单元刚度矩阵在末端坐标系  $\{O_3, X_3, Y_3, Z_3\}$  中的整合总刚度矩阵为:

$$\mathbf{K}_{3(3)} = \mathbf{B}_{5(1)} \mathbf{K}_{1(1)} \mathbf{B}_{5(1)}^T + \mathbf{B}_{5(2)} \mathbf{K}_{2(2)} \mathbf{B}_{5(2)}^T \quad (8)$$

### 3 铰链性能分析

柔性铰链是一种利用自身材料的柔性变形传递作用力和形变的机械连接部件。本文针对该半轮型柔性铰链的性能分析, 选择铰链的各向刚度、相对刚度以及转动误差 3 项指标进行研究。以未知参数包括铰链两侧对称设置的子柔性单元的长度  $L_1$ 、厚度  $t_1$  以及其设置位置与端面法线夹角  $\theta$  为控制变量, 通过数值仿真可以得到这些参数  $(L_1, t_1, \theta)$  对半轮型柔性铰链各项性能的影响, 为半轮型柔性铰链最优结构参数选取提供指导。

#### 3.1 各向刚度

刚度表示柔性铰链在受力时不同方向上抵抗弹性变形的能力, 从数值上体现柔性铰链弹性变形的难易程度。半轮型柔性铰链变形发生在绕  $Z$  轴转动的  $R_z$  方向上。然而在对于双侧驱动系统, 柔性铰链通常会在多个方向受力导致发生形变。因此, 为了满足双侧驱动系统的  $X$ 、 $Y$  方向高刚度要求以及  $R_z$  方向的低刚度要求, 有必要综合研究半轮型柔性铰链在  $X$ 、 $Y$  和  $R_z$  自由度上的刚度。

控制参数点坐标  $(L_1, t_1)$  与子柔性单元位置角度  $\theta$  对半轮型柔性铰链  $X$ 、 $Y$  和  $R_z$  自由度的刚度影响如图 4 所示。由图可以看出, 在位置角度  $\theta$  一定的情况下, 变量  $L_1$  越小, 即梁的长度越短, 半轮型柔性铰链 3 个自由度

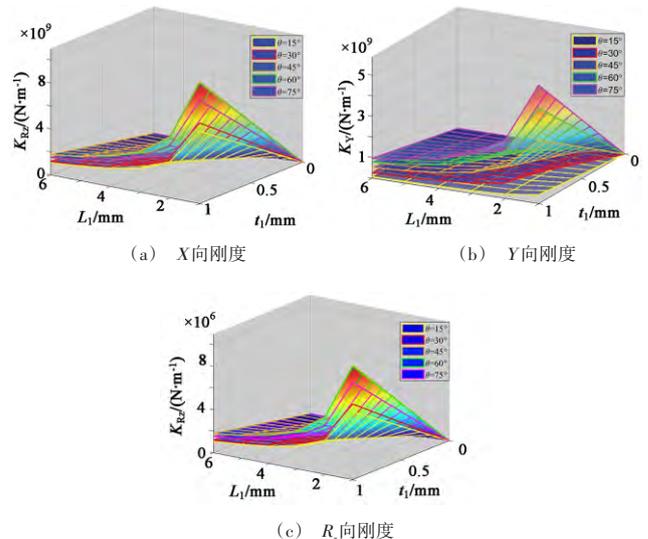


图4 半轮型柔性铰链  $X$ 、 $Y$ 、 $R_z$  自由度刚度

上的刚度越大；变量 $t_1$ 越大，即梁的厚度越厚，半轮型柔性铰链各自由度的刚度越大。当位置角度由 $15^\circ$ 变化到 $75^\circ$ 的过程中，半轮型柔性铰链 $X$ 自由度刚度与 $Y$ 自由度刚度受梁的厚度及长度的影响情况呈现对调趋势，且在 $\theta=45^\circ$ 时其 $X$ 自由度刚度等于 $Y$ 自由度刚度。另外，在 $\theta=45^\circ$ 的情况下，梁的厚度及长度对半轮型柔性铰链 $R_z$ 自由度刚度影响最明显。

### 3.2 相对刚度

期望所设计柔性铰链在一定方向上产生变形，这一变形方向称之为工作方向，则其他方向就是非工作方向。由于非工作方向上的刚度并非无穷大，因此柔性铰链在一定载荷下工作时，非工作方向会产生一定程度的变形位移，称之为寄生位移。因此，定义相对刚度为工作方向上刚度与非工作方向上刚度的比值。

对于半轮型柔性铰链，工作方向为绕 $Z$ 轴转动的 $R_z$ 方向， $X$ 、 $Y$ 方向则为非工作方向。施加的载荷主要为绕 $Z$ 轴的转矩 $M_z$ 和 $xOy$ 平面内的力，所以半轮柔性铰链发生的变形和寄生位移均发生在 $xOy$ 平面内，因此本节只需考虑 $xOy$ 平面内的相对刚度。将刚度矩阵(10)中可得半轮型柔性铰链相对刚度 $Ratio_1$ 、 $Ratio_2$ 为：

$$Ratio_1 = \frac{K_{R_z}}{K_X} \tag{9}$$

$$Ratio_2 = \frac{K_{R_z}}{K_Y}$$

$\theta$ 对 $Ratio_1$ 、 $Ratio_2$ 的影响如图5所示。由图可以看出， $Ratio_1$ 的值随 $\theta$ 的增大而增大且在阶段变化显著；相反地， $Ratio_2$ 的值随 $\theta$ 的增大而减小且在变化显著，但两条变化曲线是非对称的。且在 $\theta=45^\circ$ 的情况下， $Ratio_1=Ratio_2$ 。

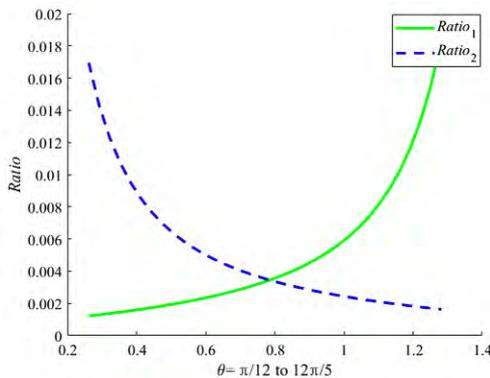


图5 相对刚度Ratio随控制参数 $\theta$ 变化曲线

### 3.3 转动误差

高精度是柔性铰链与传统刚性铰链相比的一个显著优点。理想的刚性铰链假设存在一个理想的转动轴或基点，铰链的运动部分围绕转动轴或基点转动。然而在实

际应用中刚性铰链存在装配间隙，实际的转动轴或基点与理想位置存在一定偏差。柔性铰链由于仅由一个部件加工而成，不存在装配间隙，但是柔性铰链在一定载荷作用下发现变形时，其自由端理想情况下会产生一个圆弧弯曲，并且这个圆弧的圆心相对于铰链应该是固定不变的。然而在实际应用中，圆弧的曲率和圆心的位置都会与理想情况产生一定程度的偏差。

柔性铰链的转动误差定义为变形后的基点位置 $P'$ 与初始位置之间的距离。转动误差定量描述柔性铰链变形时虚拟转动轴或基点的移动情况，转动误差越小，柔性铰链的精度越高。因此，根据等效柔性铰链模型中初始基点位置，以端面中心为原点建立三维坐标系，分析其转动误差，如图6所示。从而等效分析半轮型柔性铰链的精度。

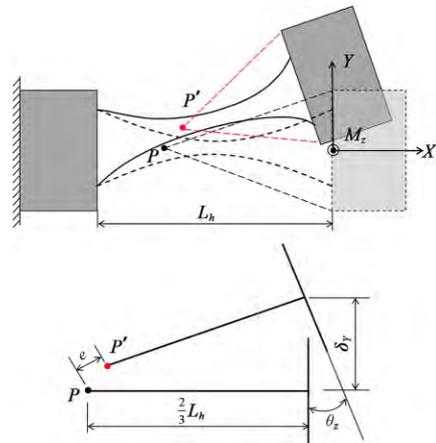


图6 柔性铰链模型转动误差示意图

整体半轮型柔性铰链的长度为 $L_h$ ，在力矩 $M_z$ 的作用下，通过几何关系计算转动误差 $e$ 可表示为：

$$e = \sqrt{e_x^2 + e_y^2} = \sqrt{\delta_y^2 - \frac{4}{3}\delta_y L_h \sin \theta_z + \frac{8}{9}L_h^2(1 - \cos \theta_z)} = \sqrt{\frac{M_z^2}{K_y - M_z^2} - \frac{4L_h M_z}{3K_y - M_z} \sin\left(\frac{M_z}{K_{R_z}}\right) + \frac{8L_h^2}{9}\left(1 - \cos\left(\frac{M_z}{K_{R_z}}\right)\right)} \tag{10}$$

提取半轮型柔性铰链总刚度矩阵(8)中对应位置刚度，并代入式(10)，得到控制参数点坐标 $(L_1, t_1)$ 与子柔性单元位置状态量角度 $\theta$ 对半轮型柔性铰链转动误差影响如图7所示。从图中可以看出，在位置角度 $\theta$ 一定的情况下，变量 $L_1$ 越大，即梁的长度越长，半轮型柔性铰链转动误差 $e$ 越大；变量 $t_1$ 越小，即梁

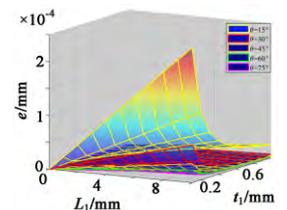


图7 转动误差 $e$ 随控制参数变化

的厚度越薄, 半轮型柔性铰链转动误差 $e$ 越大。轴转动误差 $e$ 随 $\theta$ 的增大而减小, 并且在 $15^\circ\sim 30^\circ$ 变化明显, 在 $45^\circ\sim 75^\circ$ 变化将不再明显。

通过上述分析, 为了满足半轮型柔性铰链 $X$ 方向和 $Y$ 方向高刚度需求需选取合适的 $L_1$ 和 $t_1$ , 但两相对刚度呈现对调趋势, 即实现一个方向的高刚度而另一方向却呈现低刚度。同样地, 两相对刚度 $Ratio_1$ 、 $Ratio_2$ 随 $\theta$ 的增大也呈现相反变化趋势。所以针对位置角度 $\theta$ 的选取, 选取 $\theta=45^\circ$ , 即两侧子柔性单元与整个铰链端面法线间夹角为 $45^\circ$ 。此时, 半轮型柔性铰链的 $X$ 自由度刚度和 $Y$ 自由度刚度变化趋势相同, 可方便通过选取合适的 $L_1$ 和 $t_1$ 实现两方向高刚度的要求, 且转动误差也相对很小。

#### 4 结束语

本文针对双侧驱动系统的整体高刚度和局部相对低刚度特性, 研究了一种半轮型柔性铰链结构的设计方法。基于旋量变换理论, 以半轮型柔性铰链中子柔性单元的长度 $L_1$ 、厚度 $t_1$ 以及位置角度 $\theta$ 作为参数, 建立半轮型柔性铰链的刚度矩阵模型。提取刚度矩阵中 $X$ 、 $Y$ 、 $R_z$ 自由度刚度对应的元素, 通过分析半轮型柔性铰链的各向刚度和相对刚度, 表明在设计计算时应优先考虑 $\theta$ , 这样铰链的刚度性能分析就转换为选取合适的 $L_1$ 和 $t_1$ 实现两方向高刚度的要求, 为柔性铰链的结构设计提供理论依据。

#### 参考文献

- [1] 么红岩. 直接驱动H型运动平台的鲁棒同步控制[D]. 沈阳: 沈阳工业大学, 2021.
- [2] 栾玉亮. 具有大长径比柔性铰链的3-PPSR并联机器人系统研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2016.
- [3] 廖安志. 基于柔性铰链的并联机构性能研究与优化设计[D]. 杭州: 浙江大学, 2015.

(上接第97页)

的影响最大。另外, 利用田口法得到的正交实验组优选出转矩波动最小的优化参数组合, 使得齿槽转矩下降70.6%, 电磁转矩波动量下降26.7%, 有效地通过田口法和有限元计算将转矩波动大的转矩结构参数优化, 降低了波动率, 且提高了整个优化周期, 对实际电机单极磁路结构优化工程提供一种方法。

#### 参考文献:

- [1] 邱瑞林, 华青松, 张洪信, 等. 基于田口法的永磁同步电机转子优化设计[J]. 青岛大学学报(工程技术版), 2020, 35(2): 57-61.
- [2] 高泽梅, 王淑红, 武潇, 等. 基于田口实验的永磁同步电动机优化设计[J]. 微电机, 2015, 48(1): 16-19.
- [3] 程鹏, 杨新九, 兰海, 等. 基于有限元法和田口法的同步发电机设计与效率优化[J]. 电机与控制学报, 2019, 23(2): 94-99.
- [4] 王建飞, 张琪, 黄苏融. 计及多因素影响的永磁电机空载气隙

- [4] S T Smith, V G Badami, J S Dale, et al. Elliptical Flexure Hinges [J]. Review of Scientific Instruments, 1997, 68(3): 1474-1483.
- [5] Lobontiu N. Compliant mechanisms: Design of flexure hinges[M]. Taylor & Francis, 2002.
- [6] Schotborgh W O, Kokkeler Frager H. Dimensionless design graphs for flexure elements and a comparison between three flexure elements [J]. Precision Engineering, 2005, 29(1): 41-47.
- [7] Shen Yiping, Chen Xuedong, Jiang Wei, et al. Spatial force-based non-prismatic beam element for static and dynamic analyses of circular flexure hinges in compliant mechanisms[J]. Precision on Engineering, 2014, 38(4): 311-320.
- [8] Liu L, Bi S, Yang Q, et al. Design and experiment of generalized triple-cross-spring flexure pivots applied to the ultra-precision instruments[J]. Review of Scientific Instruments, 2014, 85(10): 85-95.
- [9] 王绍凯. 基于实时测量与运动调整的空间虚拟直线运动基准技术[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2017.
- [10] Kang D, Gweon D. Analysis and Design of a Cartwheel-type Flexure Hinge[J]. Precision Engineering—Journal of the International Societies for Precision Engineering and Nanotechnology, 2013, 37(1): 33-34.
- [11] 孙训方, 方孝淑, 关来泰. 材料力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002.
- [12] 于靖军. 机器人机构学的数学基础[M]. 北京: 机械工业出版社, 2008.

第一作者简介: 胡金鑫 (1996-), 男, 硕士, 研究实习员, 研究领域为机器人动力学与运动控制, 已发表论文2篇。

※通讯作者简介: 韩哈斯敖其尔 (1986-), 男, 博士, 副研究员, 研究领域为空间机构设计、并联机构运动学分析。

(编辑: 刁少华)

磁密解析算法[J]. 电机与控制应用, 2018, 45(8): 50-55.

- [5] 王艾萌, 温云. 田口法在内置式永磁同步电机优化设计中的应用[J]. 华北电力大学学报(自然科学版), 2016, 43(3): 39-44.
- [6] 李野. 数控机床永磁同步伺服电机转矩脉动特性的研究[D]. 沈阳: 沈阳工业大学, 2018.
- [7] 赵瑞来. 永磁同步电机结构设计及特性分析[J]. 内燃机与配件, 2019(8): 196-198.
- [8] S Oh, S Min, J P Hong. Air Gap Flux Density Waveform Design of Surface-Mounted Permanent Magnet Motor Considering Magnet Shape and Magnetization Direction[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2013, 49(5): 2393-2396.

第一作者简介: 林 帅 (1995-), 男, 浙江宁波人, 硕士, 助理工程师, 研究领域为动力传动系统结构设计。

(编辑: 刁少华)