

# 四齿轮啮合传动机构啮合条件分析及瞬态动力特性研究

姜 鹏

中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033

**摘 要** 四齿轮封闭啮合是石油机械领域及柔性自动化领域里常见的传动机构。基于某些特殊工况要求,从动齿轮需要被设计成不完整齿轮,此时需要采用四齿轮啮合传动机构,增加啮合点来维持连续稳定的传动。首先讨论了标准四齿轮封闭啮合传动机构的啮合条件,并根据实际设计工况需求,提出了满足啮合条件的啮合相位角求解流程。基于 ansys workbench 的瞬态动力学分析软件,对四齿轮传动机构进行瞬态动力学分析,探究了四齿轮啮合机构的瞬态动力学特性;对四齿轮啮合传动机构的优化设计有一定的指导意义。

**关键词** 四齿轮;啮合条件;ansys workbench;瞬态动力学

**中图分类号** TH132

**DOI** 10.19769/j.zdhy.2022.01.010

## 0 引言

四齿轮封闭啮合机构已经在很多场景及领域中得到应用。基于某些特殊工况的要求,从动齿轮需要被设计成不完整齿轮,此时如果采用常规的齿轮啮合传动,当主齿轮旋转至从动齿轮缺齿位置时,主齿轮和从动齿轮将会脱离啮合,机构不能完成连续的传动。所以此时需要采用四齿轮啮合传动机构,增加从动齿轮的啮合点,从而维持连续传动。

关于四齿轮封闭啮合机构的啮合条件问题分析,已有很多学者开展了研究。杨敏嘉<sup>[1]</sup>、赵海桥<sup>[2]</sup>、关沛丰<sup>[3]</sup>等学者基于油田动力钳的四齿轮啮合机构,分析了钳口齿轮的安装条件,得出了四齿轮啮合的基本条件;高翔<sup>[4]</sup>等基于悬索桥主缆缠丝机的缠丝传动机构研究了四齿轮啮合条件,提出新的安装条件并基于 excel 提出了计算方法。通过以上文献可知,四齿轮啮合条件分析的研究相对成熟,但在实际机构设计过程中,以上方法使用并不便利,且没有探讨多个啮合解之间的关系,方法具有一定的局限性。本文分析了四齿轮啮合机构的啮合条件,基于设计便利,提出了快速计算啮合解的方法,探讨了不同啮合解之间的关系,同时对四齿轮啮合机构进行了瞬态动力学分析,探究了四齿轮啮合机构的瞬态动力学特性,对四齿轮啮合机构的优化设计具有一定指导意义。

## 1 四齿轮啮合传动机构啮合条件分析

图 1 为四齿轮啮合机构简图。图中圆弧实线为 4 个齿轮的分度圆,齿轮 1 为主齿轮,齿轮 2 齿轮 3 为惰齿轮,齿轮 4 为从动齿轮。四个齿轮的中心连线形成四边形,四边形的四个角分别为四个齿轮的啮合相位角  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  和  $\delta$ ,四个啮合相位角所对应的齿数分别为齿数  $a$ 、齿数  $b$ 、齿数  $c$  和齿数  $d$ 。

基于标准齿轮正常啮合条件(模数相等,压力角相

等,安装中心距为标准中心距),当齿轮 1、2 啮合、齿轮 2、4 啮合、齿轮 1、3 啮合时,齿轮 3、4 未必啮合。基于推理可知,只有当啮合封闭区域内的累计齿数为整数时,齿轮 3 才能与齿轮 4 啮合。同时由于齿轮 2、3 和齿轮 1、4 的旋转方向相反,所以四齿啮合的基本条件为  $(a+d-b-c)$  的数值为整数。基于这一条件,结合实际设计流程,可得到以下啮合相位角计算方法。

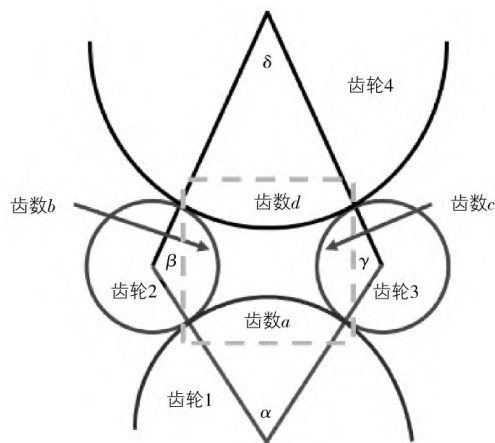


图 1 四齿轮啮合机构简图

在实际项目设计过程中,首先需要确定减速比,根据减速比确定各级齿轮的模数、齿数和安装中心距,最后确定四齿轮的啮合相位角  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  和  $\delta$ 。

首先,齿数  $a$ 、齿数  $b$ 、齿数  $c$  和齿数  $d$  分别等于:

$$a = \frac{\alpha}{2\pi} Z_1, b = \frac{\beta}{2\pi} Z_2, c = \frac{\gamma}{2\pi} Z_3, d = \frac{\delta}{2\pi} Z_4;$$

其中,啮合相位角  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  等于:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{l_{12}^2 + l_{13}^2 - l_{23}^2}{2l_{12}l_{13}}\right)$$

$$\beta = \arccos\left(\frac{l_{24}^2 + l_{23}^2 - l_{34}^2}{2l_{24}l_{23}}\right) + \arccos\left(\frac{l_{12}^2 + l_{23}^2 - l_{13}^2}{2l_{12}l_{23}}\right)$$

收稿日期:2022-01-04

作者简介:姜鹏(1991—),男,硕士研究生。

$$\gamma = \arccos\left(\frac{l_{34}^2 + l_{23}^2 - l_{24}^2}{2l_{34}l_{23}}\right) + \arccos\left(\frac{l_{13}^2 + l_{23}^2 - l_{12}^2}{2l_{13}l_{23}}\right)$$

式中:  $l_{ij}$  为齿轮  $i$  与齿轮  $j$  的中心距, 具体为:

$$l_{12} = \frac{m(Z_1 + Z_2)}{2}; l_{13} = \frac{m(Z_1 + Z_3)}{2};$$

$$l_{24} = \frac{m(Z_2 + Z_4)}{2}; l_{34} = \frac{m(Z_3 + Z_4)}{2};$$

$$l_{23} = \sqrt{l_{24}^2 + l_{34}^2 - 2l_{24}l_{34}\cos\delta};$$

$$l_{14} = \sqrt{l_{12}^2 + l_{13}^2 - 2l_{12}l_{13}\cos\beta}$$

令  $a + d - b - c = n$ ,  $n$  为整数, 此时方程中只含有一个未知数  $\delta$ , 由此可以解算出啮合相位角  $\delta$ 。但整数  $n$  并不可以取任意整数值, 因为实际计算中, 四齿啮合机构还要考虑到相对的齿轮不发生干涉, 所以解算出来的计算结果还必须同时满足以下两个不等式条件:

$$\frac{m(Z_2 + 2)}{2} + \frac{m(Z_3 + 2)}{2} < l_{23},$$

$$\frac{m(Z_1 + 2)}{2} + \frac{m(Z_4 + 2)}{2} < l_{14}$$

通过数学计算软件, 可以轻松计算出满足啮合条件的所有啮合相位角的解。

表 1 齿轮参数表

| 齿轮名称     | 模数 $m/\text{mm}$ | 齿数 | 压力角 $\rho$ | 齿宽 $b/\text{mm}$ |
|----------|------------------|----|------------|------------------|
| 齿轮 1、2、3 | 1.5              | 12 | 20         | 4.5              |
| 齿轮 4     | 1.5              | 70 | 20         | 5                |

以实际工程项目为例, 研究啮合相位角的解与  $(a + d - b - c)$  的关系。表 1 为实际工程项目中根据具体减速比及空间排布所确定的齿轮参数。表中齿轮 1 为主动齿轮, 齿轮 2 及齿轮 3 为惰齿轮, 齿轮 4 为从动齿轮。该案例中主动齿轮和惰齿轮的参数完全相同。

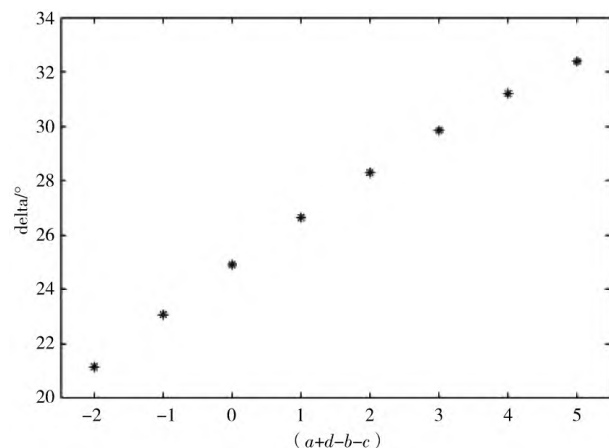


图 2 啮合相位角  $\delta$  与  $(a + d - b - c)$  的关系

图 2 为根据上述啮合相位角计算方法, 通过数学计算软件求解得到的所有满足四齿啮合要求的啮合相位角。图中  $x$  轴为所取的  $(a + d - b - c)$  的值,  $y$  轴为求解出来的啮合相位角  $\delta$ 。从图中可得知, 满足啮合条件的解共有 8 个, 啮合相位角  $\delta$  与  $(a + d - b - c)$  值近似于线性关系。图 3 为不同  $(a + d - b - c)$  值时四齿轮的啮合情况。可以得知, 当  $n$  值增大时, 啮合角  $\delta$  增大, 齿轮 2 与

齿轮 3 距离增大, 齿轮 1 与齿轮 4 距离减小。当  $(a + d - b - c)$  值大于 5 或者小于 -2 时, 相对的齿轮已经发生干涉, 此时的解为无效解。

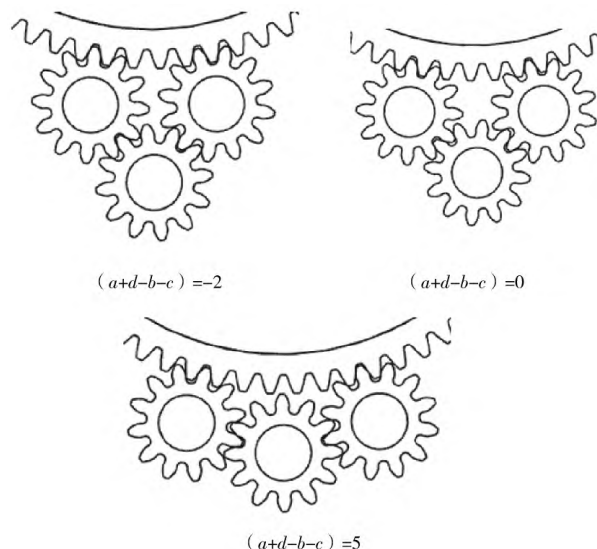


图 3 不同  $(a + d - b - c)$  值时四齿轮啮合情况

工程设计时, 需要根据实际的情况对满足啮合条件的解进行取舍,  $(a + d - b - c)$  太大时, 齿轮 1 和齿轮 4 距离较近, 润滑油流动空间很小, 设计不合理; 当  $(a + d - b - c)$  太小时, 齿轮 4 的缺口弧长大于齿轮 4 的两个啮合点得到的弧长, 无法实现连续传动。

## 2 四齿轮啮合机构瞬态动力学分析

对四齿轮封闭啮合机构进行瞬态动力学分析, 校核机构的强度, 可以了解机构的动力学特性。为了更好地了解四齿轮封闭啮合的特性和优点, 本文添加了三齿轮啮合动力学分析对照组。

### 2.1 预处理及解算设置

本文采用 45CrMo 材料进行有限元瞬态动力学分析, 具体力学性能指标见表 2。

表 2 材料参数

| 材料     | 密度 $\text{kg}/\text{m}^3$ | 杨氏模量 $\text{MPa}$ | 泊松比  | 许用应力 $\text{MPa}$ | 接触需用应力 $\text{MPa}$ |
|--------|---------------------------|-------------------|------|-------------------|---------------------|
| 45CrMo | 7 850                     | 206 000           | 0.29 | 558               | 745                 |

采用 ansys workbench 中的 transient structural 模块对四齿轮啮合及三齿轮啮合机构进行瞬态动力学分析。首先通过 UG 软件对四个齿轮进行参数化建模, 齿轮参数见表 1, 然后生成齿轮啮合装配体, 导入到 workbench 中。本文选取的啮合相位角  $\delta$  为 24.904 9。

将四齿轮啮合装配体导入到 workbench 软件 transient structural 模块中, 进行前处理设置。四个齿轮转轴位置添加类型为 revolute 的 joint 约束, 在四个齿轮的齿面相互接触位置添加接触约束, 接触类型为 Frictional, 摩擦系数为 0.1。

对装配体进行网格划分, 齿面位置网格尺寸设置为 0.5 mm, 其余齿轮主体位置设置为 1 mm。模型网格单

元数为 27 119,节点数为 142 539,网格平均质量为 0.78,网格质量较好。图 4 为网格划分示意图。

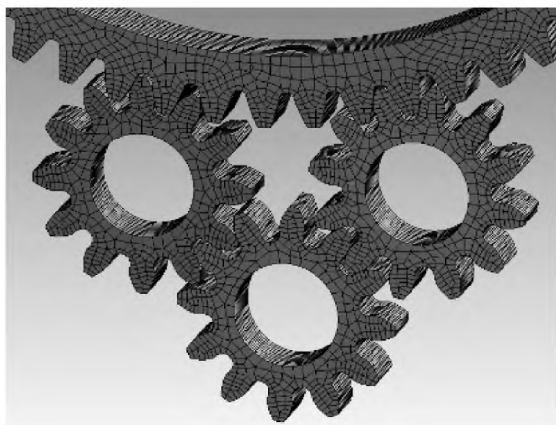


图 4 四齿轮啮合机构网格划分

对齿轮副设置载荷约束。对齿轮 1 施加 15 rad/s 的转动速度,对齿轮 4 施加 80 N·m 的阻尼力矩,力矩方向与齿轮 4 转动方向相反。求解时,结算时间设置为 0.1 s,初始子步设置为 200,最小子步设置 20,最大子步设置为 1 000。

三齿轮啮合机构与四齿轮啮合机构相比减少了齿轮 2,其余的前处理设置和载荷约束施加设置完全相同。

## 2.2 计算结果分析

四齿轮啮合的等效应力云图如图 5 所示。从计算结果可以得知,在齿轮转动过程中,齿轮最大等效应力发生位置在齿轮 1 的齿根处,最大等效应力为 515.8 MPa,小于材料的许用弯曲应力 558 MPa,抗弯强度校核合格。

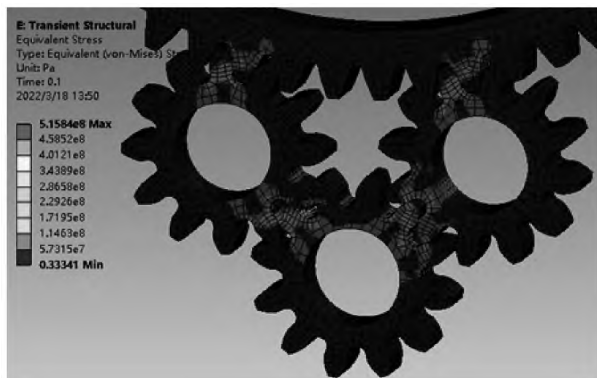


图 5 四齿轮啮合等效应力云图

四齿轮啮合的接触应力云图如图 6 所示。四齿轮啮合共具有四个工作接触面,分别为齿轮 1、2 接触面、齿轮 1、3 接触面、齿轮 2、4 接触面以及齿轮 3、4 接触面。图中可得知,整个转动过程中,最大的接触应力为 489 MPa,小于接触许用应力,接触强度校核合格。

提取齿轮啮合过程中接触面最大接触应力情况,具体数据如图 7 至图 9 所示。可以得知几处接触面的最大接触应力基本相同。

图 7 为齿轮 1、2 及齿轮 1、3 接触面的最大接触应力随时间变化图。从图中可以得知,齿轮两个接触位置的最大接触应力具有周期波动性,且波动周期基本相同。

这是因为齿轮 1、2 及齿轮 1、3 的啮合重合度在 1 和 2 之间,啮合过程中一部分时间两齿轮有两个齿面相接触,而另一部分时间仅有一个齿面接触,接触面积变小,接触应力变大,所以接触应力具有周期性。同时可以发现,两接触面最大接触应力波动的相位基本相同。

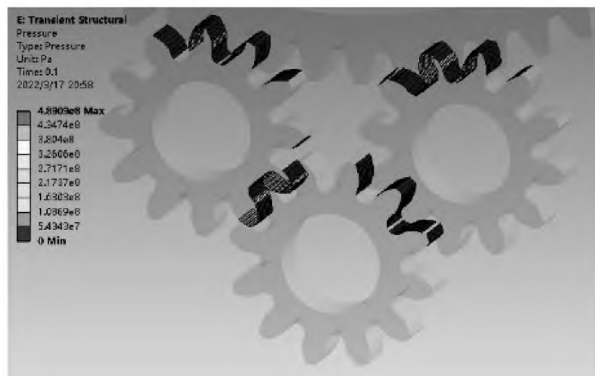


图 6 四齿轮啮合接触应力云图

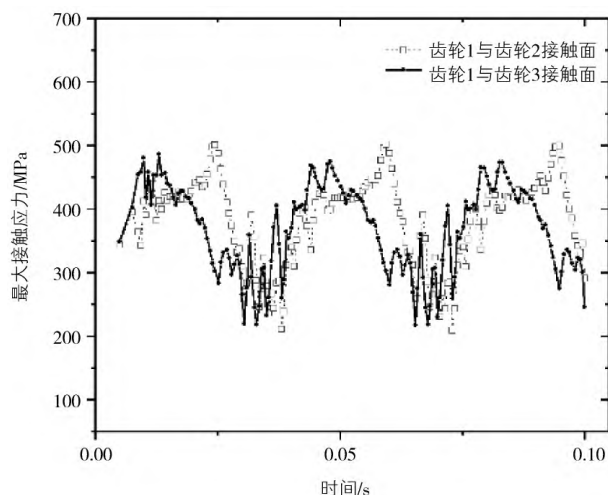


图 7 齿轮 12 和齿轮 13 最大接触应力

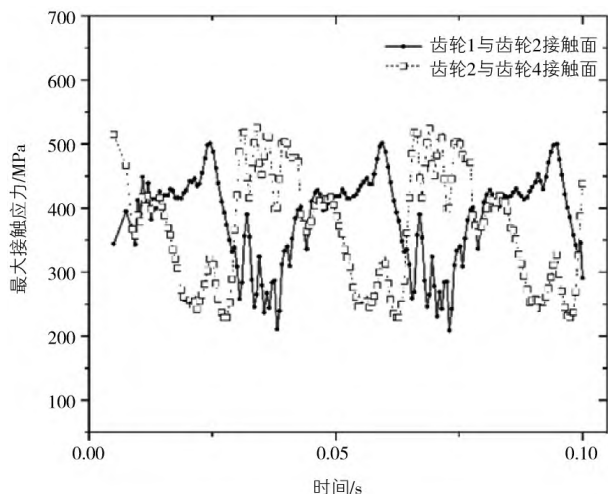


图 8 齿轮 12 和齿轮 24 最大接触应力

图 8 为齿轮 12 和齿轮 24 最大接触应力随时间变化图。图中可以得知,两接触面最大接触应力基本相同,但

最大接触应力波动的相位有明显不同。波动相位差与啮合相位角有关。当齿轮 2 转动一个齿的角度  $2\pi/Z_2$  时, 接触面最大接触应力刚好完成一个波动。齿轮 12 与齿轮 24 的啮合相位角为  $\beta$ , 即当齿轮 2 转动  $\beta$  角时, 最大接触应力波动的周期数为  $(\beta Z_2)/(2\pi)$ , 即两接触面的波动相差的周期数为  $(\beta Z_2)/(2\pi)$ , 所以, 该值越接近整数, 则两波动的相位差越小。经过计算可以得到  $(\beta Z_2)/(2\pi) = 3.163$ ,  $(\alpha Z_1)/(2\pi) = 4$ ,  $(\delta Z_4)/(2\pi) = 4.84$ , 可知只有齿轮 12 齿轮 13 接触面最大接触应力波动相位差基本相同, 其余两处波动相位均不同, 与分析结果吻合。

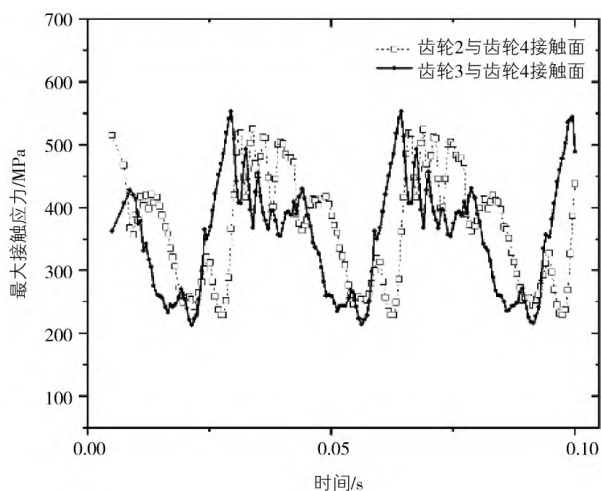


图9 齿轮 24 和齿轮 34 最大接触应力

图 9 为齿轮 24 和齿轮 34 最大接触应力随时间变化图。由图可知, 两个接触面的最大接触应力基本相同, 最大接触应力波动的相位不同, 与上述分析结果吻合。

三齿轮啮合的等效应力云图如图 10 所示, 与四齿轮啮合相比, 齿轮最大等效应力发生位置仍然在齿轮 1 的齿根处, 但最大等效应力为 973 MPa, 远大于四齿轮啮合的最大等效应力, 同时已经大于材料的许用弯曲应力 558 MPa, 抗弯强度校核不合格。

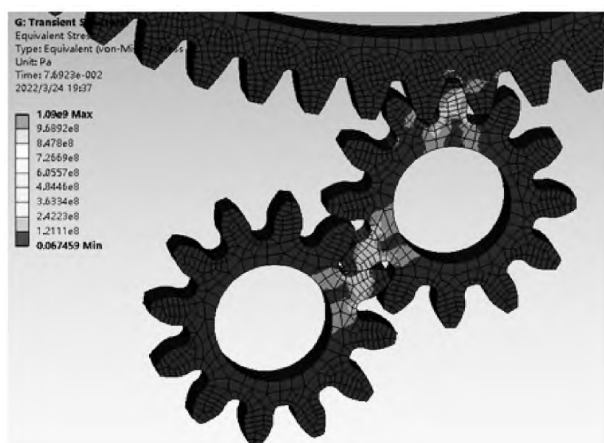


图 10 三齿轮啮合机构最大等效应力

图 11 为两种啮合机构齿轮 34 接触面最大接触应力随时间变化图。从图中可以得知, 三齿轮啮合与四齿轮

啮合相比, 接触面最大接触应力波动趋势及周期完全相同, 但三齿轮啮合各接触面最大接触应力远大于四齿轮啮合的各个接触面, 且整个转动过程中最大接触应力达到 950 MPa, 已远大于许用接触应力, 所以三齿轮啮合机构接触强度校核不合格。由此可以得知, 在采用一定传动比进行减速时, 增加啮合齿轮数可以大幅度改善机构受力情况。

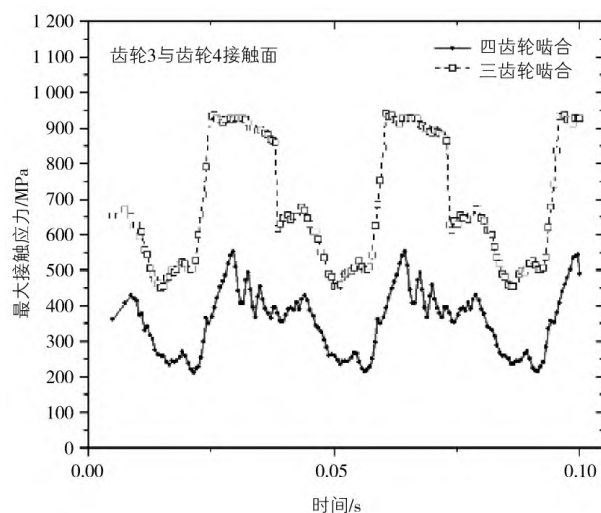


图 11 两种啮合机构齿轮 34 最大接触应力

### 3 结语

(1) 本文总结了四齿轮封闭啮合机构的啮合条件, 根据实际设计工况需求, 提出了满足啮合条件的啮合相位角求解流程, 并探究了不同啮合解之间的关系。

(2) 基于 ansys workbench 软件对四齿轮啮合及三齿轮啮合机构进行瞬态动力学分析。四齿轮啮合机构分析结果显示, 机构抗弯强度和接触强度校核合格; 同时, 齿轮啮合接触面的最大接触应力具有周期波动性, 同一齿轮的两个啮合接触面最大接触应力的波动相位差, 与齿轮啮合相位角有关。

(3) 对比四齿轮啮合机构和三齿轮啮合机构的分析结果, 可得知, 三齿轮啮合各接触面最大接触应力的波动特性与四齿轮啮合完全相同, 但三齿轮机构的最大等效应力和最大接触应力远远大于四齿轮啮合结构。所以, 在采用一定传动比进行传动时, 采用四齿轮啮合机构可以大幅度改善机构受力情况。

#### 参考文献

- [1] 杨敏嘉. 动力钳钳口齿轮传动的安装条件[J]. 石油矿场机械, 1977(4): 29-35.
- [2] 赵梅桥, 董晓军. 双惰轮的渐开线齿轮传动机构的设计[J]. 武汉职业技术学院学报, 2003, 2(4): 14-17.
- [3] 关沛丰, 张治国, 任伟. 多齿轮封闭传动啮合条件研究与探讨[J]. 北京石油化工学院学报, 2008, 16(4): 5-8.
- [4] 佚名. 开口齿轮传动机构设计探讨[J]. 石油矿场机械, 2003, 32(6): 3-5.